

1 Junior Wiskunde Olympiade 2006-2007: tweede ronde

1. $\sqrt{\sqrt{9}}$ is gelijk aan

- (A) $\sqrt{3}$ (B) 3 (C) 9 (D) $\sqrt[3]{9}$ (E) 1

2. Het kwadraat van $\sqrt{3 + \sqrt{5}} + \sqrt{3 - \sqrt{5}}$ is gelijk aan

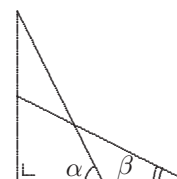
- (A) 2 (B) 6 (C) 10
(D) $12 - 2\sqrt{5}$ (E) 14

3. Welk van volgende figuren is het beeld van de letter F (zie hiernaast) door een puntspiegeling?



- (A) (B) (C) (D) (E)

4. Twee congruente rechthoekige driehoeken worden op elkaar geplaatst zoals in de figuur. Als de hoek $\alpha = 57^\circ$, dan is β gelijk aan



- (A) 33° (B) 37° (C) 40° (D) 43° (E) 45°

5. Het quotiënt $\frac{18^{36}}{36^{18}}$ is gelijk aan

- (A) 1 (B) $\frac{1}{4}$ (C) 2^{18} (D) $\frac{1}{2^{18}}$ (E) 3^{36}

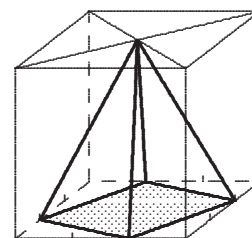
6. Zij $a \neq b \neq c \neq a$, dan is $\frac{1}{(a-b)(b-c)}$ gelijk aan

- (A) $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$ (B) $\frac{1}{(a-c)(c-b)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)}$
(C) $\frac{1}{(a-b)(c-a)} + \frac{1}{(a-c)(a-b)}$ (D) $\frac{1}{(b-c)(a-c)} + \frac{1}{(c-a)(b-c)}$
(E) $\frac{1}{(a-b)(c-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$

7. In een ballenbad bevinden zich 30000 ballen, waarvan 1% blauwe en 99% rode. Er wordt een aantal rode weggenomen, zodanig dat het aantal rode ballen nu 97% bedraagt van het aantal overblijvende ballen. Hoeveel rode ballen zijn er nu nog in het bad?

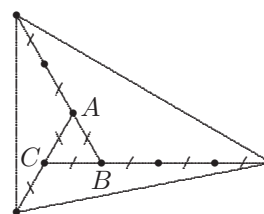
(A) 3500 (B) 9700 (C) 10000 (D) 29100 (E) 29400

8. Een kubus heeft een volume van 27. De zijden van het grondvlak verdeelt men in drie gelijke delen om met de verdelpunten een nieuw vierkant te vormen dat het grondvlak is van een piramide waarvan de top in het midden ligt van het bovenvlak (zie figuur). Wat is het volume van die piramide?



(A) 4,5 (B) 5 (C) 6 (D) 7,5 (E) 9

9. De zijden van een gelijkzijdige driehoek ABC met oppervlakte S worden verlengd met een veelvoud van die zijde, zoals in de figuur, zodanig dat er een grote driehoek ontstaat. De oppervlakte van deze grote driehoek is gelijk aan



(A) $10S$ (B) $14S$ (C) $15S$ (D) $17S$ (E) $18S$

10. Hoeveel priemgetallen p bestaan er waarvoor $p + 1$ een volkomen kwadraat is?

(A) 0 (B) 1 (C) 2
(D) 3 (E) oneindig veel

11. Vier verschillende natuurlijke getallen a, b, c en d , drie van twee cijfers en één van drie cijfers, voldoen aan de volgende eigenschappen.

- $a < b < c < d$
- $\text{ggd}(a, b) = 5$; $\text{ggd}(b, c) = 9$; $\text{ggd}(c, d) = 3$; $\text{ggd}(a, c) = 7$; $\text{ggd}(a, d) = 5$
- $\text{kgv}(a, b, c, d) = 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11$

Het getal d is dan gelijk aan

(A) 105 (B) 165 (C) 385 (D) 495 (E) 693

12. Om de eerste figuur te maken zijn er 4 lucifers nodig.
Om de tweede figuur te maken zijn er 10 lucifers nodig.
Om de derde figuur te maken zijn er 18 lucifers nodig.



Hoeveel lucifers zijn er nodig om de dertigste figuur te maken, als dat patroon wordt

verdergezet?

- | | | | | |
|---------|---------|----------|----------|----------|
| (A) 900 | (B) 990 | (C) 1080 | (D) 2700 | (E) 3000 |
|---------|---------|----------|----------|----------|

13. In sommige landen worden a.m. en p.m. als tijdsaanduiding gebruikt. De Latijnse benaming a.m. staat voor 'ante meridiem' (vóór de middag, d.w.z. voor 12 uur 's middags) en p.m. staat voor 'post meridiem' (na de middag, d.w.z. na 12 uur 's middags). Het is nu 8 a.m., hoe laat zal het zijn over 2007 uur?

- | | | | | |
|------------|------------|------------|-------------|-------------|
| (A) 3 a.m. | (B) 3 p.m. | (C) 9 p.m. | (D) 11 a.m. | (E) 11 p.m. |
|------------|------------|------------|-------------|-------------|

14. Met de cijfers a , b , c en x vormt men drie natuurlijke getallen van drie cijfers: abc , acb en $aaax$. Hun som is 2007. Dan is x gelijk aan

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 4 | (B) 5 | (C) 6 | (D) 7 | (E) 8 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

15. Welk van de onderstaande getallen is niet deelbaar door 15?

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| (A) 20071245 | (B) 20073105 | (C) 20074620 | (D) 20076145 | (E) 20076525 |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|

16. Als de straal van een bol met 50% toeneemt, met hoeveel percent neemt dan de oppervlakte van die bol toe?

- | | | | | |
|--------|--------|---------|---------|---------|
| (A) 50 | (B) 75 | (C) 100 | (D) 125 | (E) 225 |
|--------|--------|---------|---------|---------|

17. Noah fietst naar school aan een snelheid van 20 km/u over een vlakke weg. Hij moet een spoorwegbrug over waarvan de oprit even lang is als de afrit. Over het stijgende gedeelte haalt hij slechts 15 km/u. Hoe snel moet hij dan de afdaling doen om toch nog aan een gemiddelde van 20 km/u te komen?

- | | |
|---|-------------|
| (A) 24 km/u | (B) 25 km/u |
| (C) 27 km/u | (D) 30 km/u |
| (E) dat hangt af van de lengte van de op- en afritten | |

18. Hoeveel van volgende figuren kunnen mogelijk de doorsnede van twee rechthoeken zijn?

- Een punt
- Een lijnstuk
- Een vierkant
- Een ruit die geen vierkant is
- Een rechthoek met ongelijke zijden
- Een trapezium dat geen parallellogram is
- Een vijfhoek
- Een zeshoek
- Een zevenhoek

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 5 | (B) 6 | (C) 7 | (D) 8 | (E) 9 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

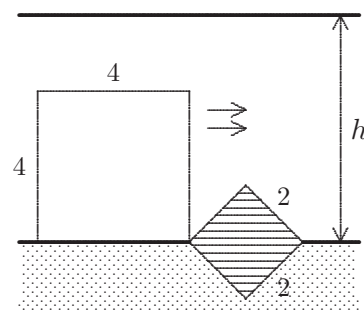
19. Men vormt een rij getallen met als eerste term 4^2 en tweede term 2^4 . De derde term is gelijk aan het quotiënt van de eerste en de tweede. De vierde term is het quotiënt van de tweede en de derde. Enzovoort. Dan is het product van de eerste tien termen uit die rij gelijk aan

- | | | | | |
|-------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| (A) 1 | (B) 4^{11} | (C) 8^{22} | (D) 4^{22} | (E) 8^{41} |
|-------|--------------|--------------|--------------|--------------|

20. In Free Music Shop geeft men 20% korting op elke cd en 10% korting op elke dvd. Janneke koopt een cd en een dvd en stelt vast dat ze hierbij een totale korting van 12,5% krijgt op de normale aankoop prijs. Hoeveel keer is de aangekochte dvd duurder dan de cd?

- | | |
|--|--------------|
| (A) 2 keer | (B) 2,5 keer |
| (C) 3 keer | (D) 4 keer |
| (E) dit kan niet uit de gegevens worden afgeleid | |

21. Een balk van $4 \times 4 \times 20$ wordt gekanteld zonder schuiven over een vlakke bodem, waaruit een balk van $2 \times 2 \times 20$ omhoog steekt. De lange ribben van de 2 balken lopen evenwijdig. De figuur toont een doorsnede loodrecht op de lange ribben. Welke hoogte h moet er voor deze beweging minimaal vrijgehouden worden?

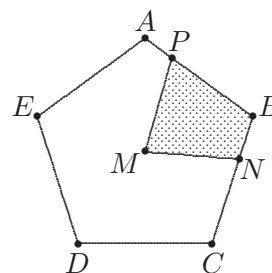


- | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------|
| (A) $\sqrt{35}$ | (B) $\sqrt{2} + \sqrt{20}$ | (C) $\sqrt{32}$ |
| (D) $\sqrt{2} + \sqrt{17}$ | (E) $4 + \sqrt{2}$ | |

22. Vier van 0 verschillende natuurlijke getallen a , b , c en d voldoen aan $a + b = c \cdot d$ en $a + b + c = 2007$. Hoeveel verschillende waarden kan d aannemen?

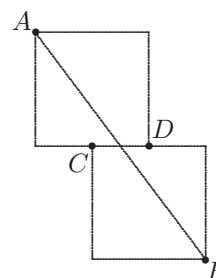
- | | | |
|--------|-------------------|--------|
| (A) 5 | (B) 6 | (C) 10 |
| (D) 12 | (E) oneindig veel | |

23. $ABCDE$ is een regelmatige vijfhoek met middelpunt M waarbij $|AP| = \frac{1}{4}|AB|$ en $|BN| = \frac{1}{3}|BC|$. Wat is de verhouding van de gearceerde oppervlakte tot de totale oppervlakte van de vijfhoek?



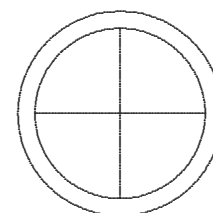
- | | | | | |
|-------------------|---------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| (A) $\frac{1}{5}$ | (B) $\frac{13}{60}$ | (C) $\frac{7}{30}$ | (D) $\frac{1}{4}$ | (E) $\frac{2}{5}$ |
|-------------------|---------------------|--------------------|-------------------|-------------------|

24. Twee vierkanten elk met oppervlakte 4 hebben de helft van een zijde gemeenschappelijk zoals in de figuur. Dan is $|AB|$ gelijk aan



- | | | | | |
|-------|-------|-------|----------------|-----------------|
| (A) 3 | (B) 4 | (C) 5 | (D) $\sqrt{5}$ | (E) $\sqrt{24}$ |
|-------|-------|-------|----------------|-----------------|

25. Een cirkelvormig venster is in vier gelijke delen verdeeld door twee loodrechte middellijnen. De ringvormige lijst rond het venster heeft dezelfde oppervlakte als elk van de delen van het venster. De verhouding van de omtrek van de binnenste tot de omtrek van de buitenste cirkel is gelijk aan



- | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|----------------|--------------------------|--------------------------|
| (A) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ | (B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ | (C) $\sqrt{2}$ | (D) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ | (E) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ |
|--------------------------|--------------------------|----------------|--------------------------|--------------------------|

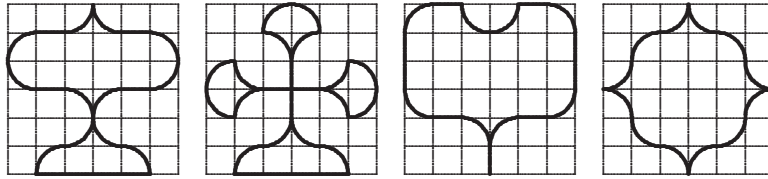
26. Op de markt in Geraardsbergen kan men mattentaarten kopen tegen €1,10 per stuk. De taartjes worden ook in bulk verkocht: €5,10 voor vijf, €6,10 voor zes, €7,10 voor zeven, enz. Iemand koopt x taartjes in bulk en betaalt evenveel als voor $x - 1$ apart gekochte taartjes. Hoeveel betaalt hij hiervoor?

- | | | | | |
|---------|------------|---------|------------|------------|
| (A) €11 | (B) €11,10 | (C) €12 | (D) €12,10 | (E) €13,20 |
|---------|------------|---------|------------|------------|

27. Welk cijfer stelt \bullet voor als $2007^{10} = 10\bullet0409780885367740279751534615249$?

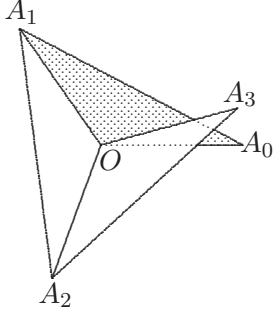
- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 0 | (B) 2 | (C) 4 | (D) 6 | (E) 8 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

28. In een raster van 6×6 worden vier verschillende kaartsymbolen getekend zoals in de figuren. De rand van de symbolen bestaat uit lijnstukjes met lengte 1 en kwartcirkels met straal 1. Hoeveel van deze symbolen hebben een gehele oppervlakte?



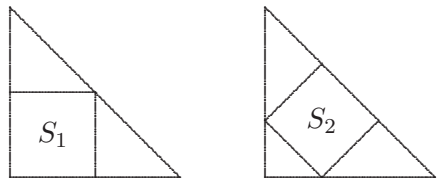
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

29. Een gelijkbenige driehoek OA_0A_1 met een tophoek van 125° wordt gespiegeld t.o.v. OA_1 en zo verkrijgt men de driehoek OA_1A_2 . Deze driehoek wordt gespiegeld t.o.v. OA_2 en zo verkrijgt men de driehoek OA_2A_3 . Men blijft op deze manier opeenvolgende spiegelingen uitvoeren tot men een driehoek verkrijgt die samenvalt met de oorspronkelijke driehoek. Wat is het minimaal aantal keren dat men een spiegeling moet uitvoeren?



- (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 36 (E) 72

30. In twee congruente gelijkbenige rechthoekige driehoeken wordt op twee verschillende manieren een vierkant ingeschreven met oppervlakten S_1 en S_2 (zie figuur). Dan is



- (A) $S_1 = S_2$ (B) $S_1 = \frac{2}{3}S_2$ (C) $S_1 = \frac{7}{9}S_2$
 (D) $S_1 = \frac{8}{9}S_2$ (E) $S_1 = \frac{9}{8}S_2$