1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 2006-2007: eerste ronde

1. Hoeveel punten kunnen een rechthoek en een cirkel maximaal gemeen hebben?

(A) 2	(B) 4	(C) 6	(D) 8	(E) 10

2. Van de volgende drie uitspraken

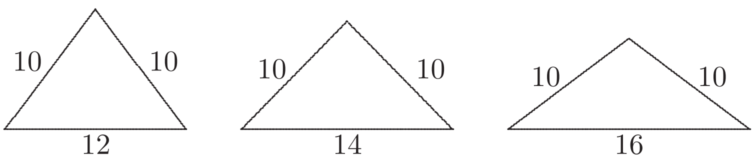
   - $\forall x \in \mathbb{R}^- : \sqrt{x^2} = -x$
   - $\forall x \in \mathbb{R}^- : |x| = -x$
   - $\forall x \in \mathbb{R}^- : (x-1)^2 = (1-x)^2$

   (A) is er precies één juist.
   (B) zijn enkel de eerste en de tweede juist.
   (C) zijn enkel de eerste en de derde juist.
   (D) zijn enkel de tweede en de derde juist.
   (E) is er geen enkele fout.

3. In de rij $\ldots, w, x, y, z, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$ is elke term de som van de vorige twee termen. Dan is w gelijk aan

(A) -3	(B) -2	(C) -1	(D) 2	(E) 3

4. Welke driehoek heeft de grootste oppervlakte?



   (A) De eerste.
   (B) De tweede.
   (C) De derde.
   (D) Ze hebben alle drie dezelfde oppervlakte.
   (E) Er zijn er precies twee die de grootste oppervlakte hebben.

5. Beschouw de functie $f(x) = \begin{cases} 5 - x & \text{als } x \leq 2 \\ x^2 + 3x + 2 & \text{als } 2 < x \leq 4 \\ |4 - x| & \text{als } x > 4 \end{cases}$.
   Als $f(x) = 1$, dan is x gelijk aan

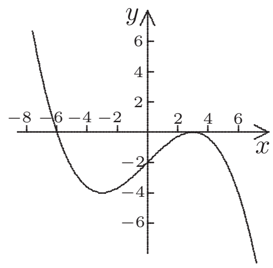
(A) 1	(B) 2	(C) 3	(D) 4	(E) 5

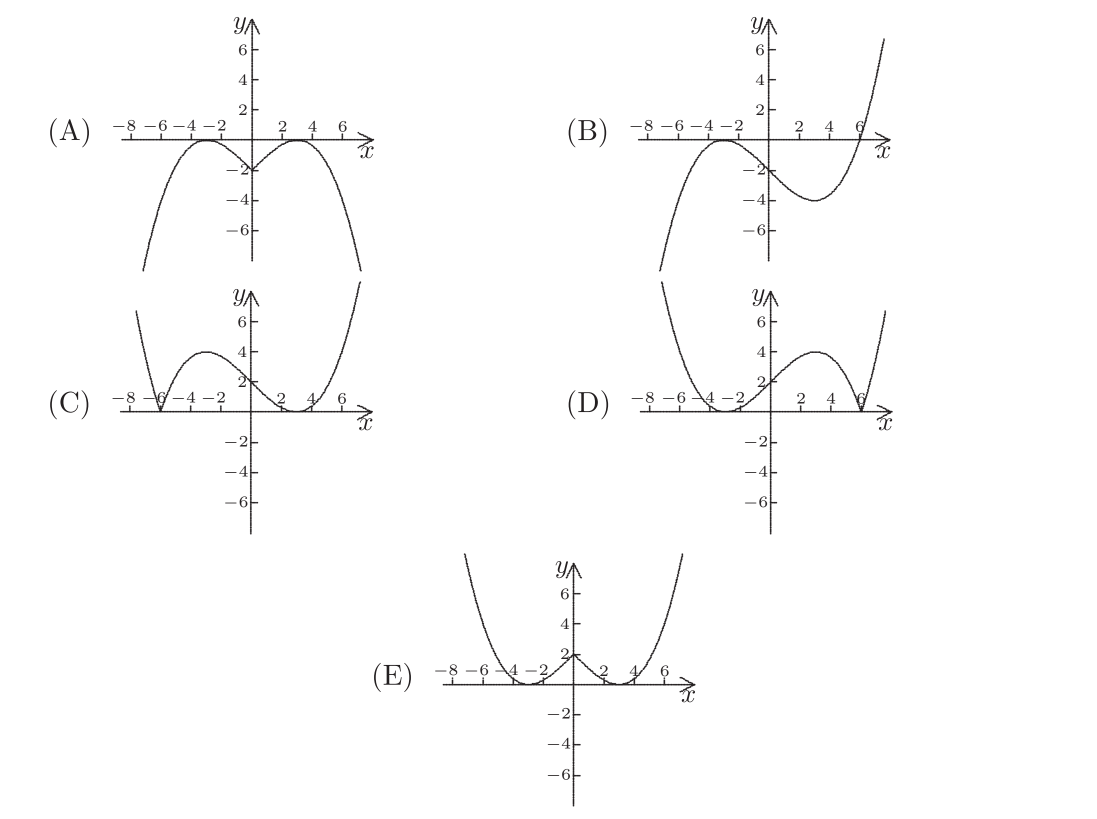
6. De som van de oplossingen van $x^2 + |x| - 6 = 0$ is

(A) 1	(B) 2	(C) -1	(D) -6	(E) 0

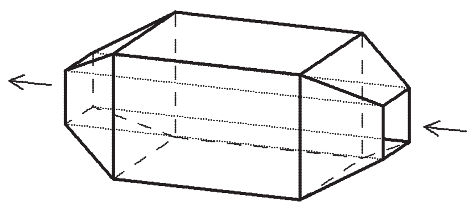
[0]Copyright Vlaamse Wiskunde Olympiade v.z.w. 2007

7. Hiernaast is de grafiek van de functie $y = f(x)$ gegeven.
   Welke is de grafiek van de functie $y = f(|x|)$?





8. We noemen Z, R, H achtereenvolgens het aantal zijvlakken, het aantal ribben en het aantal hoekpunten van het veelvlak uit de figuur hiernaast. Hoeveel is $Z - R + H$?

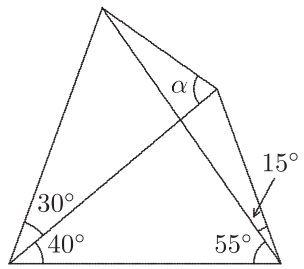


(A) -1	(B) 0	(C) 1
(D) 2	(E) 3	

9. $\sqrt{0{,}5}\ \text{dm}^3 =$

(A) $\sqrt{5}\ \text{cm}^3$	(B) $\sqrt{500}\ \text{cm}^3$	(C) $\sqrt{500\,000}\ \text{cm}^3$
(D) $\sqrt{20}\ \text{cm}^3$	(E) $\sqrt{200}\ \text{cm}^3$	

10. Hoe groot is de hoek α in bijgaande figuur?

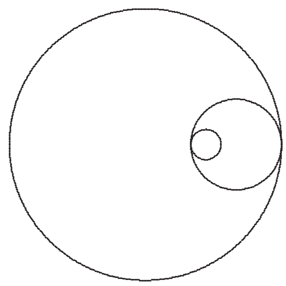


(A) $60°$	(B) $65°$	(C) $70°$
(D) $75°$	(E) $80°$	

11. Men beschikt over 27 identieke kubusjes. Op twee overstaande zijvlakken van elk kubusje wordt het cijfer 1 geschreven, op twee andere overstaande zijvlakken het cijfer 2 en op de laatste twee overstaande zijvlakken het cijfer 3. Men stelt met deze 27 kubusjes één grote kubus samen. Als men deze grote kubus langs alle kanten bekijkt, hoeveel cijfers 1 kunnen dan maximaal aan de buitenkant te zien zijn?

(A) 26	(B) 32	(C) 38	(D) 46	(E) 54

12. In een cirkel met straal R rolt een kleinere cirkel met straal $\frac{R}{3}$ inwendig rakend aan de eerste cirkel. In de kleinere cirkel rolt een nog kleinere cirkel met straal $\frac{R}{9}$ inwendig rakend. Hoe groot is de totale oppervlakte die de kleinste cirkelschijf kan beschrijven?



(A) $\frac{2\pi R^2}{3}$	(B) $\frac{4\pi R^2}{9}$	(C) $\frac{8\pi R^2}{9}$	(D) $\frac{64\pi R^2}{81}$	(E) $\frac{71\pi R^2}{81}$

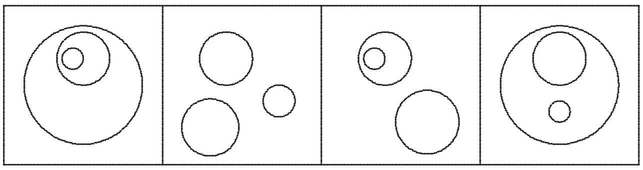
13. Een ver land is verdeeld in twee gebieden: het oosten en het westen. De mensen uit het westen spreken steeds de waarheid. De mensen uit het oosten liegen altijd. De koning vroeg aan zijn hofmaarschalk waar de premier woont. De hofmaarschalk wist het antwoord niet en mailde naar de premier. Nadat hij antwoord kreeg van de premier, zei de hofmaarschalk tegen de koning: “De premier woont in het oosten”. Wat kan hieruit met zekerheid besloten worden?

(A) De premier komt uit het oosten.
(B) De premier komt uit het westen.
(C) De hofmaarschalk komt uit het oosten.
(D) De hofmaarschalk komt uit het westen.
(E) De koning komt uit het westen.

14. $\sin^2 1° + \sin^2 3° + \sin^2 5° + \ldots + \sin^2 359° =$

(A) 44,5	(B) 45	(C) 89
(D) 90	(E) geen van de vorige	

15. Een zeepbel kan binnen een andere zeepbel voorkomen, maar 2 zeepbellen mogen elkaar niet raken. Drie zeepbellen kan je dus op volgende 4 manieren blazen.



Op hoeveel manieren kan je 4 zeepbellen blazen?

(A) 5	(B) 6	(C) 7	(D) 8	(E) 9

16. Hoeveel gehele oplossingen bezit de vergelijking $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}=4$?

(A) 0	(B) 2	(C) 4
(D) 5	(E) oneindig veel	

17. In welk kwadrant zijn er geen punten te vinden van de grafiek van $y=(3-x)^2-2$?

(A) eerste	(B) tweede
(C) derde	(D) vierde

(E) geen van de vorige want er zijn punten in elk kwadrant

18. Welke van de volgende veeltermfuncties is oneven?

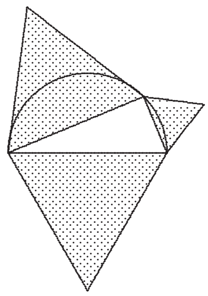
(A) $y=22x^5+24x^3+26x$	(B) $y=5x^3+7x^2+9x+11$
(C) $y=(x^7+x^5+x^3+x)^2$	(D) $y=(x^8+x^6+x^4+x^2)^3$

(E) $y=13x^{12}+11x^{10}+9x^8$

19. In het oude Griekenland bestonden 4 belangrijke sportevenementen: de vierjaarlijkse Olympische Spelen, de tweejaarlijke Isthmische, de vierjaarlijkse Pythische en de driejaarlijkse Nemeïsche. In 692 v.C. waren er Olympische Spelen, een jaar later Nemeïsche en Isthmische en het jaar daarna Pythische. In welk jaar vond het 100$^{\text{ste}}$ sportevenement nà de Olympische Spelen van 692 v.C. plaats?

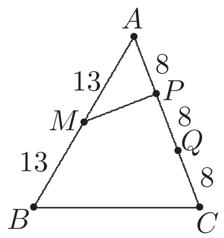
(A) 767 v.C.	(B) 617 v.C.	(C) 592 v.C.	(D) 459 v.C.	(E) 292 v.C.

20. Een halve cirkel met straal 1 verdeelt men in een boog van 45° en een boog van 135°. Het verdeelpunt en de eindpunten van de middellijn bepalen een driehoek. Wat is de som van de oppervlakten van de gelijkzijdige driehoeken (zie arcering) die elk een zijde met de driehoek gemeen hebben?



(A) $\sqrt{3}$	(B) π	(C) $3\sqrt{2}$	(D) $2\sqrt{3}$	(E) $\frac{7}{2}$

21. In een driehoek ABC verdeelt het midden M van $[AB]$ deze zijde in 2 stukken met lengte 13. De zijde $[AC]$ wordt door de punten P en Q verdeeld in 3 stukken met lengte 8. Als je weet dat MP loodrecht staat op AC, dan heeft de zijde $[BC]$ lengte



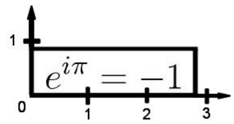
(A) 11 (B) 15 (C) 21 (D) 22 (E) 25

22. Op een geijkte rechte beschouwt men de punten A, B en C. M is het midden van $[AB]$. N is het midden van $[BC]$. P is het midden van $[AC]$. De abscissen van de punten M, N en P zijn op te maken in volgende figuur.

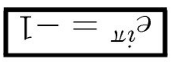
Wat is de abscis van A?

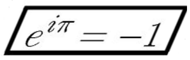
(A) -2 (B) 6 (C) 7 (D) 9 (E) 14

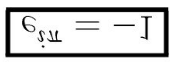
23. Als de formule $\boxed{e^{i\pi} = -1}$ op een beeldscherm wordt getoond, gebeurt dat door gepaste pixels zwart te maken. De pixels hebben coördinaten zoals aangegeven in de figuur hiernaast.

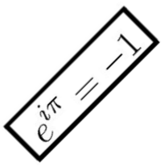


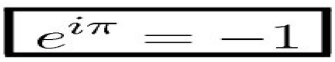
In verschillende programma's bestaat de mogelijkheid om elke zwarte pixel met coördinaat (x, y) te vervangen door een zwarte pixel met coördinaat $(x + \frac{y}{2}, y)$. Wat is de figuur die op die manier ontstaat?

(A) 

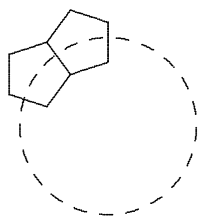
(B) 

(C) 

(D) 

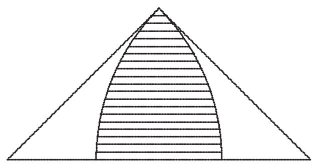
(E) 

24. We vormen een ring door regelmatige vijfhoeken tegen elkaar te plaatsen, zodat zij een zijde gemeenschappelijk hebben. In de figuur hiernaast staan de eerste twee vijfhoeken afgebeeld.
Hoeveel vijfhoeken zijn er nodig om een volledige ring te maken?



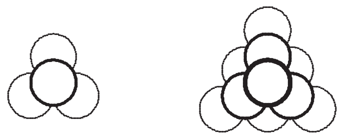
(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 15

25. Zwarte Piet wil de mijter van Sinterklaas tekenen op een stuk karton. Daartoe tekent hij een gelijkbenige rechthoekige driehoek met rechthoekszijde 2. Met elk eindpunt van de schuine zijde als middelpunt tekent hij een cirkelboog die door het derde hoekpunt gaat. Wat is de oppervlakte van de gearceerde mijter?



(A) 1	(B) $\frac{3}{2}$	(C) 2	(D) $\frac{\pi}{2}$	(E) $\pi - 2$

26. Als je bollen stapelt in piramidevorm, heb je er 4 nodig voor "twee verdiepingen" (zie eerste figuur, bovenaanzicht) en 10 voor "drie verdiepingen" (zie tweede figuur, bovenaanzicht).



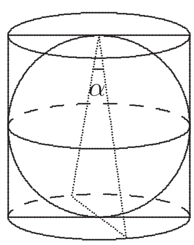
Voor een volle piramide van vier verdiepingen heb je x bollen nodig, en voor één van 5 verdiepingen y bollen. De som $x + y$ is gelijk aan

(A) 35	(B) 46	(C) 50	(D) 55	(E) 68

27. Hoeveel van de getallen 4!, 5!, 6! en 7!, kunnen worden geschreven als een verschil van 2 volkomen kwadraten?

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 3	(E) 4

28. Een bol past precies in een cilinder (zie figuur). Als men het middelpunt van het bovenvlak verbindt met de 2 eindpunten van een middellijn van het grondvlak ontstaat er een hoek α. Hoe groot is $\cos\alpha$?



(A) 0,4	(B) 0,5	(C) 0,6
(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	(E) 0,8	

29. De omtrek van een ruit is $4a$. De som van de 2 diagonalen is $2b$. De oppervlakte van die ruit is dan gelijk aan

(A) $a^2 + b^2$	(B) $a^2 - b^2$
(C) $b^2 - a^2$	(D) $2(a^2 - b^2)$
(E) Er zijn onvoldoende gegevens om de oppervlakte te bepalen.	

30. Zij a het rekenkundig gemiddelde van 1 en 20! . Wat is het rekenkundig gemiddelde van 1 en $(20!)^2$?

(A) a^2	(B) $a^2 + 1$	(C) $a^2 + (a-1)^2$
(D) $2a^2$	(E) $a^2 + (a+1)^2$	