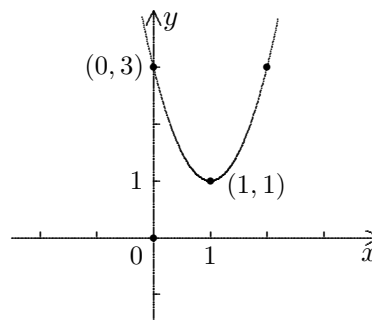


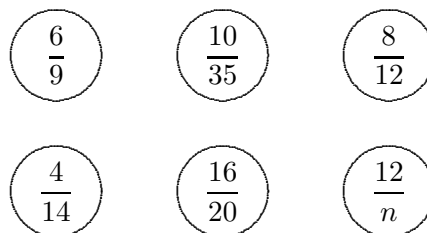
1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 2008-2009: tweede ronde

1. Wat is het voorschrift van deze tweedegraadsfunctie?



- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| (A) $f(x) = (x + 1)^2 - 1$ | (B) $f(x) = (x + 1)^2 + 1$ |
| (C) $f(x) = 2(x - 1)^2 + 3$ | (D) $f(x) = 2(x - 1)^2 - 1$ |
| (E) $f(x) = 2(x - 1)^2 + 1$ | |

2. In volgend schema komen drie verschillende rationale getallen elk twee keer voor. Bepaal n .



- | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 8 | (B) 15 | (C) 16 | (D) 18 | (E) 42 |
|-------|--------|--------|--------|--------|

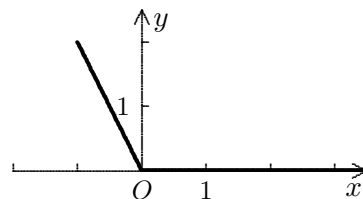
3. Boer Teun koopt een mooi paard voor 600 euro. Na een jaar is de waarde van het paard gestegen tot 700 euro en besluit hij om het paard te verkopen. Maar na een paar dagen krijgt hij al spijt van de verkoop van zijn mooi paard en koopt hij het paard weer terug. Helaas moet hij 800 euro betalen om het paard terug te krijgen en dus verliest hij 100 euro ten opzichte van zijn vorige verkoop. Een jaar later besluit boer Teun om het paard definitief te verkopen voor maar liefst 900 euro. Hoeveel winst of verlies maakt boer Teun in het totaal?

- | | |
|---------------------------|----------------------|
| (A) 200 euro verlies | (B) 100 euro verlies |
| (C) geen winst of verlies | (D) 100 euro winst |
| (E) 200 euro winst | |

4. De ruimtediagonaal van een kubus is 3. De oppervlakte van deze kubus is gelijk aan

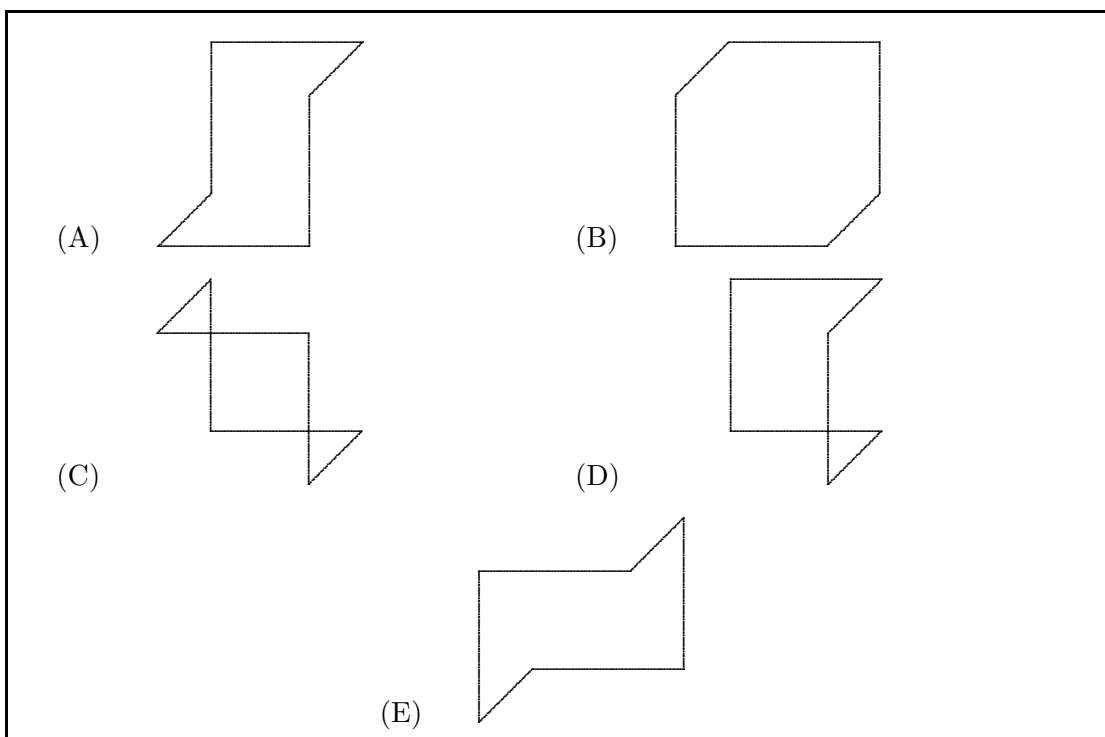
- | | | | | |
|-------|-----------------|--------|--------|--------|
| (A) 3 | (B) $3\sqrt{3}$ | (C) 18 | (D) 36 | (E) 54 |
|-------|-----------------|--------|--------|--------|

5. Wat is het voorschrift van deze functie?



- | | | |
|-------------------|------------------------|-------------------|
| (A) $y = -2x$ | (B) $y = x - x$ | (C) $y = x - x $ |
| (D) $y = x + x $ | (E) geen van de vorige | |

6. We zien vijf aanzichten van een ruimtefiguur, gevormd door zes ribben van een kubus. Vier van deze aanzichten zijn van dezelfde ruimtefiguur. Welke is de andere?



7. Het verschil van de twee oplossingen van de vierkantsvergelijking $x^2 + ax + b = 0$ is gelijk aan 5. De discriminant van deze vergelijking is dan

- | | | |
|--------|---------------------------------------|--------|
| (A) 5 | (B) 6,25 | (C) 10 |
| (D) 25 | (E) niet te bepalen uit deze gegevens | |

8. Voor welk natuurlijk getal $n (> 0)$ is $\sqrt[3n]{2009} \cdot \sqrt[n]{2009} = \sqrt[3]{2009}$?

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|----------------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) geen enkel |
|-------|-------|-------|-------|----------------|

9. Benoem de kleinste vijf priemgetallen in willekeurige volgorde p_1, p_2, p_3, p_4 en p_5 . Stel $p = p_1 \cdot p_2 + p_3 \cdot p_4 \cdot p_5$. Welke uitspraak is juist, onafhankelijk van de gekozen volgorde?

- | | |
|---|---------------------------|
| (A) p is even | (B) p is priem |
| (C) p is kleiner dan 300 | (D) p is groter dan 100 |
| (E) p heeft geen priemfactor kleiner dan 12 | |

10. Een gelijkzijdige driehoek ABC heeft oppervlakte S . De zijden van gelijkzijdige driehoek DEF raken aan de omgeschreven cirkel van driehoek ABC . De oppervlakte van driehoek DEF is gelijk aan

- | | | | | |
|-------------|----------|--------------------|----------|----------|
| (A) πS | (B) $3S$ | (C) $\frac{5}{2}S$ | (D) $2S$ | (E) $4S$ |
|-------------|----------|--------------------|----------|----------|

11. Hoeveel getallen uit de verzameling $\{1, 2, 3, \dots, 99\}$ kan je maximaal kiezen zodat er geen twee getallen a en b gekozen zijn waarvoor $a + b < 1 + 2\sqrt{ab}$?

- | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|--------|
| (A) 7 | (B) 8 | (C) 9 | (D) 10 | (E) 11 |
|-------|-------|-------|--------|--------|

12. Voor een rekenkundige rij geldt dat de som van de eerste n termen gelijk is aan $2n^2 + 3n$, voor alle n . Bepaal de derde term van de rij.

- | | | | | |
|-------|-------|--------|-----------|-------|
| (A) 5 | (B) 9 | (C) 13 | (D) -10 | (E) 7 |
|-------|-------|--------|-----------|-------|

13. Beschouw een regelmatige tienhoek. Hoeveel driehoeken kan je vormen met als zijden diagonalen van deze tienhoek?

- | | | | | |
|--------|--------|--------|---------|---------|
| (A) 40 | (B) 50 | (C) 70 | (D) 120 | (E) 150 |
|--------|--------|--------|---------|---------|

14. De ingeschreven cirkel van een rechthoekige driehoek ABC raakt aan de schuine zijde $[BC]$ in het punt D . De oppervlakte van driehoek ABC is dan gelijk aan

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------|-----------------|
| (A) $ BD CD $ | (B) $\frac{ BD CD }{2}$ | (C) $2 BD CD $ |
| (D) $\frac{ BD ^2 + CD ^2}{4}$ | (E) geen van de vorige | |

15. Als $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \frac{1}{4}$, dan is $\cos 2\alpha$ gelijk aan

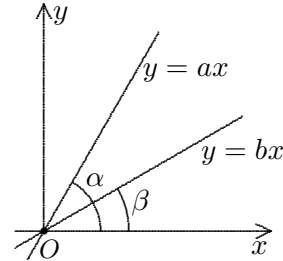
- | | | | | |
|-------|-------------------|--------------------------|--------------------------|-------|
| (A) 0 | (B) $\frac{1}{2}$ | (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (E) 1 |
|-------|-------------------|--------------------------|--------------------------|-------|

16. Hoeveel van de volgende vijf uitspraken zijn waar in \mathbb{R} ?

$$\begin{aligned}
 x = 0 &\iff x^2 = 0 \\
 x \leq 0 &\iff x^2 \leq 0 \\
 (x - 5)^2 \leq 0 &\iff (5 - x)^2 = 0 \\
 (x^2 - 5)^2 \geq 0 &\iff (x^2 - 5)^2 > 0 \\
 (x^2 + 5)^2 \geq 0 &\iff (x^2 + 5)^2 > 0
 \end{aligned}$$

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

17. Twee rechten met vergelijking $y = ax$ en $y = bx$ met $a, b > 0$ maken een scherpe hoek, respectievelijk α en β , met de x -as zodanig dat $\alpha + \beta = 90^\circ$. Hieruit volgt:

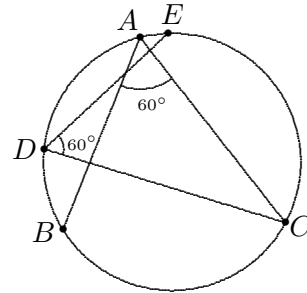


- | | | |
|-----------------|-----------------|--------------|
| (A) $a + b = 1$ | (B) $a + b = 2$ | (C) $ab = 1$ |
| (D) $a = 2b$ | (E) $a = 4b$ | |

18. De oplossingenverzameling van $x^3 < x < x^2$ is

- | | | |
|-----------------|------------------------------------|--------------------|
| (A) \emptyset | (B) $]-\infty, -1[$ | (C) $]-\infty, 0[$ |
| (D) $]0, 1[$ | (E) $]-\infty, 1[\setminus \{0\}$ | |

19. In een cirkel met straal gelijk aan 1 zijn de omtrekshoeken \widehat{BAC} en \widehat{CDE} gelijk aan 60° (zie figuur). Bepaal de oppervlakte van driehoek EBC .

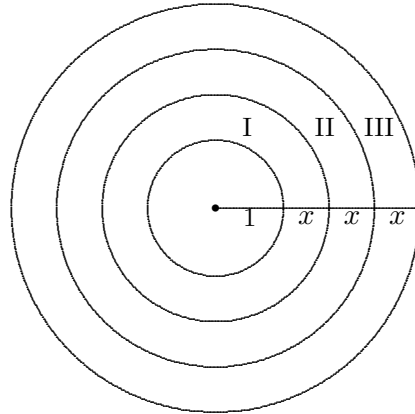


- | | | |
|---------------------------|--------------------------------|---------------------------|
| (A) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ | (B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ | (C) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ |
| (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (E) er zijn te weinig gegevens | |

20. In de driehoek ABC is $\tan \hat{A} = \sqrt{3}$ en de lengte $|BC| = 3$. Bepaal de straal van de omgeschreven cirkel.

- | | | |
|--------------------------|--------------------------------|--------------------------|
| (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (B) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| (D) $\sqrt{3}$ | (E) er zijn te weinig gegevens | |

21. Vier concentrische cirkels met respectieue stralen 1 , $1 + x$, $1 + 2x$ en $1 + 3x$ met $x \neq 0$ bepalen drie ringen I, II en III (zie figuur). Als de oppervlakte van ring III gelijk is aan twee keer de oppervlakte van ring I, dan is x gelijk aan



- | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------|
| (A) $\frac{1}{3}$ | (B) $\frac{1}{2}$ | (C) $\frac{2}{3}$ | (D) $\frac{3}{4}$ | (E) 1 |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------|

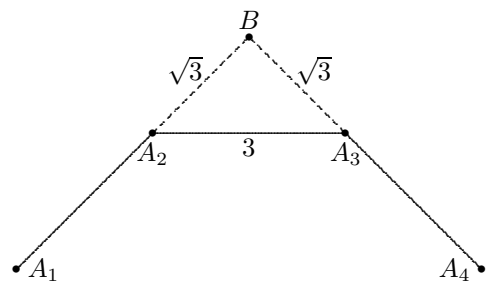
22. Ten opzichte van een orthonormaal assenstelsel is de oppervlakte van het gebied bepaald door $|41x| + |49y| \leq 2009$ gelijk aan

- | | | | | |
|----------------------|----------------------|------------|--------------------|--------------------|
| (A) $\frac{2009}{4}$ | (B) $\frac{2009}{2}$ | (C) 2009 | (D) $2 \cdot 2009$ | (E) $4 \cdot 2009$ |
|----------------------|----------------------|------------|--------------------|--------------------|

23. De zeven dwergen dragen elk een T-shirt met een cijfer op. Ze staan netjes op een rij en Sneeuwwitje leest op hun ruggen het getal 1234567. Hoe groot is de kans, als ze in een willekeurige volgorde op een rij gaan staan, dat het getal gevormd door de cijfers op de rug van de laatste twee dwergen een deler is van 2009?

- | | | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|---------------------|----------------------|
| (A) $\frac{2}{7}$ | (B) $\frac{1}{42}$ | (C) $\frac{1}{49}$ | (D) $\frac{1}{369}$ | (E) $\frac{1}{2009}$ |
|-------------------|--------------------|--------------------|---------------------|----------------------|

24. Een regelmatige n -hoek $A_1A_2 \dots A_n$ heeft zijden met lengte 3. Het snijpunt van de rechten A_1A_2 en A_3A_4 noemen we B (zie figuur). De afstand van B tot de dichtstbijzijnde hoekpunten van de n -hoek is $\sqrt{3}$. Dan is n gelijk aan



- | | | | | |
|---------|---------|---------|----------|----------|
| (A) 6 | (B) 8 | (C) 9 | (D) 12 | (E) 24 |
|---------|---------|---------|----------|----------|

25. Bepaal de 1024ste-machtswortel uit $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) \dots (2^{1024} + 1) + 1$.

- | | | | | |
|---------|----------------|---------|---------|-----------|
| (A) 1 | (B) $\sqrt{2}$ | (C) 2 | (D) 4 | (E) 512 |
|---------|----------------|---------|---------|-----------|

26. Bepaal het natuurlijk getal n waarvoor geldt dat

$$\frac{3}{n^2} + \frac{4}{n^2} + \frac{5}{n^2} + \cdots + \frac{n^2 - 5}{n^2} + \frac{n^2 - 4}{n^2} + \frac{n^2 - 3}{n^2} = 22.$$

- | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|--------|
| (A) 7 | (B) 8 | (C) 9 | (D) 10 | (E) 11 |
|-------|-------|-------|--------|--------|

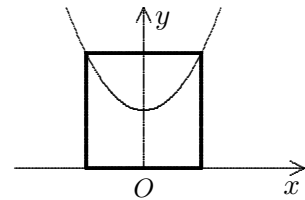
27. Beschouw de functie

$$f(x) = \begin{cases} 5 - x & \text{als } x \leq 2 \\ x^2 - 3x + 3 & \text{als } 2 < x \leq 4 \\ |4 - x| & \text{als } x > 4 \end{cases}$$

Als $f(a) = 1$, dan is a gelijk aan

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

28. Bepaal de oppervlakte van het vierkant met twee hoekpunten op de x -as en twee andere hoekpunten op de parabool met vergelijking $y = \frac{1}{3}x^2 + 3$.



- | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 9 | (B) 16 | (C) 24 | (D) 27 | (E) 36 |
|-------|--------|--------|--------|--------|

29. Als vier dobbelstenen tegelijk worden geworpen, welk van de volgende resultaten is dan het minst waarschijnlijk?

- | |
|--|
| (A) Een 5, een 3, een 2 en een 6
(B) Vier keer een 5
(C) Twee keer een 5 en twee keer een 3
(D) Twee keer een 5, een 3 en een 6
(E) Drie keer een 5 en een 1 |
|--|

30. In een driehoek ABC met scherpe hoeken \widehat{B} en \widehat{C} noemen we H het hoogtepunt, r de straal van de omschreven cirkel van driehoek ABC en r_1 de straal van de omschreven cirkel van driehoek HBC . Dan geldt altijd:

- | |
|---|
| (A) $r = r_1$
(B) $r < r_1$
(C) $r > r_1$
(D) $r < r_1$ als \widehat{A} scherp is, $r = r_1$ als \widehat{A} recht is, $r > r_1$ als \widehat{A} stomp is
(E) $r > r_1$ als \widehat{A} scherp is, $r = r_1$ als \widehat{A} recht is, $r < r_1$ als \widehat{A} stomp is |
|---|