1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 1987-1988: Tweede Ronde.

Vlaamse Wiskunde Olympiade v.z.w. is een officiële ”foreign coordinator” voor de welbekende AHSME-competitie (Annual High School Mathematics Examination - USA en Canada). De 30 meerkeuzeproblemen van de tweede ronde van VWO zijn een vertaling van de AHSME vragen. Ook het quoteringssysteem van AHSME wordt overgenomen. Dit werkt als volgt: 0 punten voor een foutief antwoord, 2 punten voor een blanco antwoord en 5 punten voor een correct antwoord.

1.1 De problemen.

1. $\sqrt{8}+\sqrt{18}=$

$$(A)\quad \sqrt{26} \qquad (B)\quad 2(\sqrt{2}+\sqrt{3}) \qquad (C)\quad 7 \qquad (D)\quad 5\sqrt{2} \qquad (E)\quad 2\sqrt{13}$$

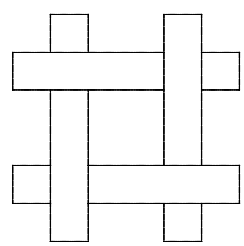
---

2. De driehoeken abc en xyz zijn gelijkvormig; hierbij correspondeert a met x en b met y. Als $|ab|=3, |bc|=4$, en $|xy|=5$, dan is $|yz|$ gelijk aan

$$(A)\quad 3\frac{3}{4} \qquad (B)\quad 6 \qquad (C)\quad 6\frac{1}{4} \qquad (D)\quad 6\frac{2}{3} \qquad (E)\quad 8$$

---

3. Vier rechthoekige stroken papier, elk van lengte 10 en breedte 1, worden plat op een tafel geplaatst zodat ze elkaar loodrecht overlappen zoals getoond in de figuur. Hoe groot is de oppervlakte van de tafel die op deze wijze bedekt wordt?



$$(A)\quad 36 \qquad (B)\quad 40 \qquad (C)\quad 44 \qquad (D)\quad 96 \qquad (E)\quad 100$$

---

4. De richtingscoëfficiënt van de rechte $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ is gelijk aan

$$(A)\quad -\frac{3}{2} \qquad (B)\quad -\frac{2}{3} \qquad (C)\quad \frac{1}{3} \qquad (D)\quad \frac{2}{3} \qquad (E)\quad \frac{3}{2}$$

5. Als b en c constanten zijn en er geldt dat

$$(x+2)(x+b)=x^2+cx+6$$

dan is c gelijk aan

$$(A)\quad -5 \qquad (B)\quad -3 \qquad (C)\quad -1 \qquad (D)\quad 3 \qquad (E)\quad 5$$

---

6. Een figuur is een parallellogram met gelijke hoeken als en slechts als het een

   (A) rechthoek is (B) regelmatige veelhoek is (C) ruit is
   (D) vierkant is (E) trapezium is

---

7. Men verstuurt gegevens over een communicatiekanaal in blokken van 512 eenheden. Men kan 120 eenheden doorsturen per seconde. Geef een schatting van de tijd die nodig is om 60 blokken door te sturen.

   (A) $0,04$ sec (B) $0,4$ sec (C) 4 sec (D) 4 min (E) 4 uur

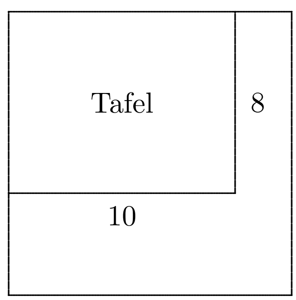
---

8. Als $\dfrac{b}{a} = 2$ en $\dfrac{c}{b} = 3$, wat is dan de verhouding van $a + b$ tot $b + c$?

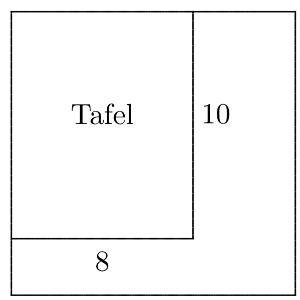
   (A) $\dfrac{1}{3}$ (B) $\dfrac{3}{8}$ (C) $\dfrac{3}{5}$ (D) $\dfrac{2}{3}$ (E) $\dfrac{3}{4}$

---

9. Een tafel (afmetingen 8×10) staat in de hoek van een vierkante kamer, zoals getoond in figuur 1. De eigenaar wil die tafel plaatsen in de positie zoals getoond in figuur 2. De kamer heeft een zijde van lengte S. Wat is de kleinste gehele waarde van S, voor dewelke de tafel in de gewenste positie kan gebracht worden zonder deze te kantelen en/of te demonteren?



Figuur 1



Figuur 2

   (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

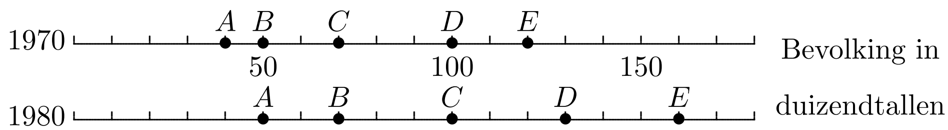
---

10. Met behulp van een experiment bepaalt men de waarde van een wetenschappelijke constante C op 2,43865 met een fout van ten hoogste $\pm 0,00312$. De onderzoekers wensen een waarde van C aan te kondigen waarin elk cijfer significant is. (Dit wil zeggen, dat, wat C ook is, de aangekondigde waarde correct moet zijn wanneer men C afrondt tot op dat bepaald aantal cijfers.) Geef de meest nauwkeurige waarde die men voor C kan aankondigen.

    (A) 2 (B) $2,4$ (C) $2,43$ (D) $2,44$ (E) $2,439$

---

11. In de figuur hieronder geven de 5 dikke stippen (op elke horizontale lijn) de bevolking aan van de steden A, B, C, D en E in het bijhorende jaar. Welke stad kende de grootste procentuele aangroei van de bevolking in de periode 1970-1980?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

12. Men schrijft de getallen 1 t.e.m. 9 op aparte briefjes papier die men daarna in een doos stopt. Jan neemt een van die briefjes lukraak uit de doos en stopt het er terug in. Nu doet Piet hetzelfde. Welk cijfer maakt de grootste kans om het cijfer van de eenheden te zijn van de som van de getallen van Jan en Piet?

(A) 0 (B) 1 (C) 8 (D) 9 (E) elk cijfer maakt evenveel kans

13. Als $\sin x = 3\cos x$ wat is dan $\sin x \cos x$?

(A) 1/6 (B) 1/5 (C) 2/9 (D) 1/4 (E) 3/10

14. Men definieert voor elk reëel getal a en voor elk positief geheel getal k

$$\begin{pmatrix} a \\ k \end{pmatrix} = \frac{a(a-1)(a-2)...(a-(k-1))}{k(k-1)(k-2)...(2)(1)}.$$

Wat is dan

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 100 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 100 \end{pmatrix} \ ?$$

(A) -199 (B) -197 (C) -1 (D) 197 (E) 199

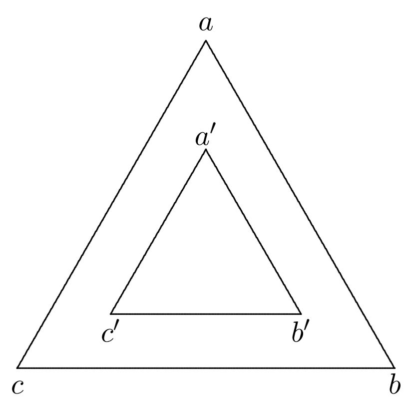
---

15. Als a en b gehele getallen zijn zodat $x^2 - x - 1$ een faktor is van $ax^3 + bx^2 + 1$, dan is b gelijk aan

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

---

16. Driehoeken abc en $a'b'c'$ zijn gelijkzijdige driehoeken met evenwijdige zijden en hetzelfde zwaartepunt (zie figuur). De afstand tussen zijde bc en zijde $b'c'$ is $1/6$ van de de hoogte van $\triangle abc$. Geef de verhouding van de oppervlakte van $\triangle a'b'c'$ tot de oppervlakte van $\triangle abc$.



(A) $\frac{1}{36}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (E) $\frac{9+8\sqrt{3}}{36}$

---

17. Vind $x + y$ als je weet dat $|x| + x + y = 10$ en $x + |y| - y = 12$.

(A) -2 (B) 2 (C) $\frac{18}{5}$ (D) $\frac{22}{3}$ (E) 22

---

18. Als slot van een professioneel bowling kampioenschap, bekampen de top 5 spelers elkaar in een eindronde. Eerst speelt nr.5 tegen nr.4. De verliezer krijgt de vijfde prijs en de winnaar bekampt nr.3 in een nieuw spel. De verliezer van dit spel krijgt de vierde prijs, terwijl de winnaar tegen nr.2 speelt. Nu bekomt de verliezer de derde prijs en mag de winnaar het opnemen tegen nr.1. De winnaar van deze kamp krijgt de eerste prijs en de verliezer krijgt de tweede prijs. In hoeveel verschillende volgordes kunnen de spelers nr.1 t.e.m. nr.5 de prijzen winnen?

(A) 10 (B) 16 (C) 24 (D) 120 (E) geen van de vorige

---

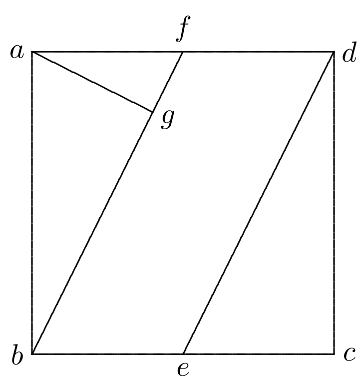
19. Vereenvoudig

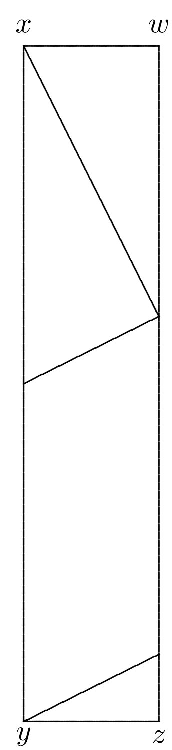
$$\frac{bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2) + ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2)}{bx + ay}.$$

(A) $a^2x^2 + b^2y^2$ (B) $(ax + by)^2$ (C) $(ax + by)(bx + ay)$
(D) $2(a^2x^2 + b^2y^2)$ (E) $(bx + ay)^2$

---

20. In een van de bijgaande figuren wordt een vierkant met zijde 2 in 4 stukken verdeeld, zodat de punten e en f de middelpunten van overstaande zijden zijn en zodat ag loodrecht staat op bf. Deze 4 stukken worden daarna terug geassembleerd tot een rechthoek, zoals getoond in de andere figuur. Geef de verhouding van de lengte tot de breedte van deze rechthoek, m.a.w. $|xy|/|yz|$.





(A) 4 (B) $1 + 2\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $\dfrac{8 + 4\sqrt{3}}{3}$ (E) 5

---

21. Het complex getal z voldoet aan $z + |z| = 2 + 8i$. Wat is dan $|z|^2$? (Opmerking: als $z = a + bi$, dan is $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.)

(A) 68 (B) 100 (C) 169 (D) 208 (E) 289

---

22. Voor hoeveel gehele getallen x bestaat er een driehoek met zijden van lengte 10, 24 en x, waarvan alle hoeken scherp zijn?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) meer dan 7

---

23. De zes ribben van een tetraeder (viervlak) *abcd* hebben lengte 7, 13, 18, 27, 36 en 41. Als je weet dat de lengte van de ribbe $[ab]$ 41 is, wat is dan de lengte van de ribbe $[cd]$?

(A) 7 (B) 13 (C) 18 (D) 27 (E) 36

---

24. Een gelijkbenig trapezium is omschreven aan een cirkel. De lengte van de grote basis van dit trapezium is 16 terwijl één van de basishoeken gelijk is aan Bgsin(0,8) (of Arcsin(0,8)). Vind de oppervlakte van dit trapezium.

(A) 72 (B) 75 (C) 80 (D) 90 (E) niet ondubbelzinnig bepaald

---

25. X, Y en Z zijn twee aan twee onderling disjunkte verzamelingen van mensen. De gemiddelde leeftijd van de mensen in de verzamelingen X, Y, Z, $X \cup Y$, $X \cup Z$ en $Y \cup Z$ wordt in onderstaande tabel gegeven:

verzameling	X	Y	Z	$X \cup Y$	$X \cup Z$	$Y \cup Z$
gemidd. leeftijd	37	23	41	29	$39,5$	33

Vind nu de gemiddelde leeftijd van de mensen in de verzameling $X \cup Y \cup Z$.

(A) 33 (B) $33,5$ (C) $33,66...$ (D) $33,833...$ (E) 34

---

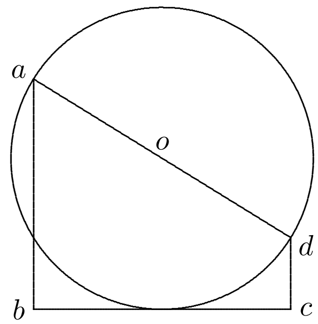
26. Onderstel dat p en q positieve getallen zijn, waarvoor geldt dat

$$\log_9(p) = \log_{12}(q) = \log_{16}(p+q)\ .$$

Vind nu de waarde van $\dfrac{q}{p}$.

(A) $\dfrac{4}{3}$ (B) $\dfrac{1}{2}(1+\sqrt{3})$ (C) $\dfrac{8}{5}$ (D) $\dfrac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ (E) $\dfrac{16}{9}$

27. In de figuur hiernaast geldt: $ab \perp bc$, $bc \perp cd$ en bc raakt aan de cirkel met middelpunt o en diameter ad . In welk van de volgende gevallen is de oppervlakte van $abcd$ een geheel getal?



(A) $|ab| = 3,\ |cd| = 1$ (B) $|ab| = 5,\ |cd| = 2$ (C) $|ab| = 7,\ |cd| = 3$
(D) $|ab| = 9,\ |cd| = 4$ (E) $|ab| = 11,\ |cd| = 5$

---

28. Bij eenmaal opgooien van een vervalst muntstuk is p de kans voor het bekomen van kop. w is de kans dat je precies 3 keer kop gooit in 5 onafhankelijke worpen. Als $w = \dfrac{144}{625}$, dan geldt :

(A) $p = \dfrac{2}{5}$

(B) $p = \dfrac{3}{5}$

(C) p groter dan $\dfrac{3}{5}$

(D) p niet ondubbelzinnig bepaald

(E) er is geen waarde voor p zodat $w = \dfrac{144}{625}$

29. In een grafiek wordt voor drie van je vrienden het gewicht (y) uitgezet in funktie van de lengte (x). Zo bekom je de punten (x_1, y_1), (x_2, y_2) en (x_3, y_3). Je weet dat $x_1 < x_2 < x_3$ en dat $x_3 - x_2 = x_2 - x_1$. Welk van de volgende waarden geeft dan de richtingscoefficiënt weer van de rechte die het best deze drie punten volgt? ("Het best volgt" betekent dat de som van de kwadraten van de vertikale afstanden (m.a.w. de afstanden in de richting van de y-as) van de gegeven punten tot die rechte kleiner is dan voor om het even welke andere rechte.)

(A) $\dfrac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$

(B) $\dfrac{(y_2 - y_1) - (y_3 - y_2)}{x_3 - x_1}$

(C) $\dfrac{2y_3 - y_1 - y_2}{2x_3 - x_1 - x_2}$

(D) $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} + \dfrac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$

(E) geen van de vorige

---

30. Beschouw de funktie $f(x) = 4x - x^2$. Voor een gegeven x_0 kan men een rij definiëren door $x_n = f(x_{n-1})$ (dit voor alle n ≥ 1). Voor hoeveel reële getallen x_0 zal de rij $x_0, x_1, x_2, ...$ slechts een eindig aantal verschillende termen bevatten?

(A) 0 (B) 1 of 2 (C) 3, 4, 5, of 6
(D) meer dan 6 maar eindig veel (E) oneindig veel
