

# 1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 1985-1986: Tweede Ronde.

De tweede ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringsysteem werkt als volgt : een deelnemer start met 30 punten. Per goed antwoord krijgt hij of zij 4 punten bij, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 0 punten en een foutief antwoord wordt als  $-1$  aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 2 uur.

## 1.1 De problemen.

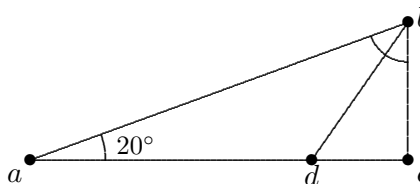
1.  $[x - (y - z)] - [(x - y) - z] =$

- |          |          |           |           |         |
|----------|----------|-----------|-----------|---------|
| (A) $2y$ | (B) $2z$ | (C) $-2y$ | (D) $-2z$ | (E) $0$ |
|----------|----------|-----------|-----------|---------|

2. Gegeven is een rechte  $L'$  in het  $XY$ -vlak met vergelijking  $y = \frac{2}{3}x + 4$ . De rechte  $L$  heeft een richtingscoëfficiënt die de helft is van deze van  $L'$  en snijdt een stuk af op de  $Y$ -as dat het dubbel is van het stuk afgesneden op de  $Y$ -as door  $L'$ . De vergelijking van  $L$  is

- |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| (A) $y = \frac{1}{3}x + 8$ | (B) $y = \frac{4}{3}x + 2$ | (C) $y = \frac{1}{3}x + 4$ |
| (D) $y = \frac{4}{3}x + 4$ | (E) $y = \frac{1}{3}x + 2$ |                            |

3. De driehoek  $abc$  is een rechthoekige driehoek, met  $\hat{c} = 90^\circ$  en  $\hat{a} = 20^\circ$ . Als  $bd$  de bissectrice is van  $\widehat{abc}$ , dan is  $\widehat{bdc}$  gelijk aan



- |                |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| (A) $40^\circ$ | (B) $45^\circ$ | (C) $50^\circ$ | (D) $55^\circ$ | (E) $60^\circ$ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|

4. Stel volgende bewering voor door  $S$ .

Als de som van de cijfers van een geheel getal  $n$  deelbaar is door 6, dan is  $n$  deelbaar door 6.

Een waarde van  $n$  die aantoont dat  $S$  een valse bewering is, is

- |        |                        |        |
|--------|------------------------|--------|
| (A) 30 | (B) 33                 | (C) 40 |
| (D) 42 | (E) geen van de vorige |        |

5. Vereenvoudig  $\left(\sqrt[6]{27} - \sqrt{6 + \frac{3}{4}}\right)^2$ .

- |                   |                          |                           |                   |                           |
|-------------------|--------------------------|---------------------------|-------------------|---------------------------|
| (A) $\frac{3}{4}$ | (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (C) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ | (D) $\frac{3}{2}$ | (E) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ |
|-------------------|--------------------------|---------------------------|-------------------|---------------------------|

6. Door gebruik te maken van een tafeltje met zekere hoogte, worden twee identieke blokken hout geplaatst zoals afgebeeld in figuur 1. De lengte  $r$  meet  $32\text{cm}$ . Nadien worden de blokken geplaatst zoals in figuur 2, en de lengte  $s$  meet  $28\text{cm}$ . Hoe hoog is het tafeltje?

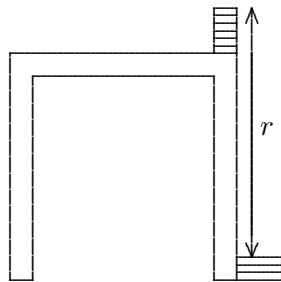


Fig. 1

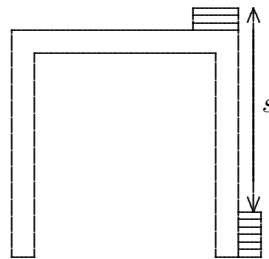


Fig. 2

- |                   |                   |                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| (A) $28\text{cm}$ | (B) $29\text{cm}$ | (C) $30\text{cm}$ | (D) $31\text{cm}$ | (E) $32\text{cm}$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

7. De som van het grootste natuurlijk getal kleiner dan of gelijk aan  $x$  en het kleinste natuurlijk getal groter dan of gelijk aan  $x$  is gelijk aan 5. De oplossingenverzameling voor  $x$  is

- |                          |                             |                          |
|--------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| (A) $\{\frac{5}{2}\}$    | (B) $\{x 2 \leq x \leq 3\}$ | (C) $\{x 2 \leq x < 3\}$ |
| (D) $\{x 2 < x \leq 3\}$ | (E) $\{x 2 < x < 3\}$       |                          |

8. De U.S.A. telde in 1980 226.504.825 inwoners. De oppervlakte van de U.S.A. is 3.615.122 vierkante mijl. Er zijn  $(5.280)^2$  vierkante voet in een vierkante mijl. Welke van de 5 onderstaande getallen benadert het best de gemiddelde vierkante voet per inwoner van de U.S.A.?

- |           |            |            |             |             |
|-----------|------------|------------|-------------|-------------|
| (A) 5.000 | (B) 10.000 | (C) 50.000 | (D) 100.000 | (E) 500.000 |
|-----------|------------|------------|-------------|-------------|

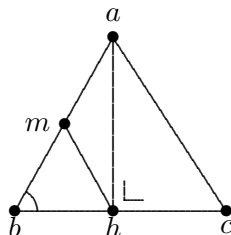
9. Het product  $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2}) \cdots (1 - \frac{1}{9^2})(1 - \frac{1}{10^2})$  is gelijk aan

- |                    |                   |                     |                   |                    |
|--------------------|-------------------|---------------------|-------------------|--------------------|
| (A) $\frac{5}{12}$ | (B) $\frac{1}{2}$ | (C) $\frac{11}{20}$ | (D) $\frac{2}{3}$ | (E) $\frac{7}{10}$ |
|--------------------|-------------------|---------------------|-------------------|--------------------|

10. De 120 “woorden” die ontstaan door de 5 letters AHSME te permuteren worden alfabetisch gerangschikt, waarbij het geen belang heeft of het “woord” een betekenis heeft of niet. De laatste letter van het 86-ste woord uit de lijst is

(A) A	(B) H	(C) S	(D) M	(E) E
-------	-------	-------	-------	-------

11. In driehoek  $abc$  is  $|ab| = 13$ ,  $|bc| = 14$  en  $|ca| = 15$ . Het punt  $m$  is het midden van de zijde  $[ab]$  en  $h$  is het voetpunt van de loodlijn uit  $a$  op  $bc$ . De lengte van  $[hm]$ , nl.  $|hm|$  is



(A) 6	(B) 6.5	(C) 7	(D) 7.5	(E) 8
-------	---------	-------	---------	-------

12. Jan scoorde 84 op de eerste ronde van de Vlaamse Wiskunde Olympiade. Met het quoteringsysteem van deze tweede ronde zou hij 93 behalen. Hoeveel vragen heeft Jan niet beantwoord?

Ter herinnering. De regels voor de eerste ronde waren de volgende. Men vertrok met 30 punten, per goed antwoord kreeg men 4 punten, per foutief antwoord werd 1 punt afgetrokken, en voor elke niet beantwoorde vraag werd geen enkel punt gegeven of afgetrokken. De regels voor de tweede ronde zijn de volgende. Men vertrekt van nul, per goed antwoord krijgt men 5 punten, voor elke niet beantwoorde vraag krijgt men 2 punten en voor elk foutief antwoord wordt geen enkel punt gegeven of afgetrokken.

(A) 6	(B) 9	(C) 11
(D) 14	(E) niet exact te berekenen	

13. Een parabool  $y = ax^2 + bx + c$  heeft top  $(4, 2)$ . Als  $(2, 0)$  op de parabool gelegen is, dan is  $abc$  gelijk aan

(A) $-12$	(B) $-6$	(C) $0$	(D) $6$	(E) $12$
-----------	----------	---------	---------	----------

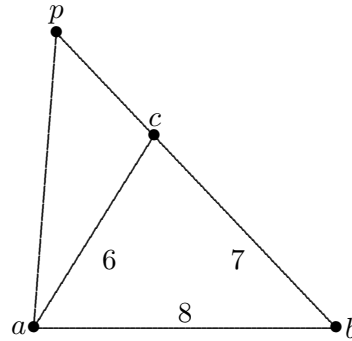
14. Veronderstel dat pief, poef en paf specifieke lengtematen zijn. Veronderstel dat  $b$  piefs gelijk zijn aan  $c$  poefs,  $d$  pafs gelijk zijn aan  $e$  piefs, en  $f$  pafs gelijk zijn aan  $g$  meters. Hoeveel poefs gaan er dan in een meter?

(A) $\frac{bdg}{cef}$	(B) $\frac{cdf}{beg}$	(C) $\frac{cdg}{bef}$	(D) $\frac{cef}{bdg}$	(E) $\frac{ceg}{bdf}$
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

15. Een student moet het gemiddelde  $m$  van drie getallen  $x$ ,  $y$  en  $z$  berekenen. Hij doet dit op de volgende manier. Eerst berekent hij het gemiddelde van  $x$  en  $y$  en nadien berekent hij het gemiddelde van dit resultaat met  $z$ . Als  $x < y < z$ , dan is het eindresultaat van de student

- |  |   |
|--|---|
| (A) correct                              | (B) altijd kleiner dan $m$                |
| (C) altijd groter dan $m$                | (D) soms kleiner dan, soms gelijk aan $m$ |
| (E) soms groter dan, soms gelijk aan $m$ |   |

16. In driehoek  $abc$  is  $|ab| = 8$ ,  $|bc| = 7$  en  $|ca| = 6$ . De zijde  $[bc]$  wordt verlengd (zie figuur) en een punt  $p$  wordt - voorbij  $c$  - zó gekozen dat driehoek  $pab$  gelijkvormig is met driehoek  $pca$ . De lengte van  $[pc]$  is nl.  $|pc|$  is



- |       |       |       |        |        |
|-------|-------|-------|--------|--------|
| (A) 7 | (B) 8 | (C) 9 | (D) 10 | (E) 11 |
|-------|-------|-------|--------|--------|

17. Een droogrek staat in een kamer en bevat 100 rode sokken, 80 groene sokken, 60 blauwe sokken en 40 zwarte sokken. Iemand neemt één voor één de sokken van de draad. Aangezien het echter donker is in de kamer, zijn de kleuren van de sokken onmogelijk te zien. Wat is het kleinste aantal sokken dat hij van de draad moet nemen om zeker te zijn dat hij ten minste 10 paar heeft gekozen? (Een paar sokken zijn elke twee sokken van dezelfde kleur. Uiteraard mag geen enkele sok in meer dan één paar geteld worden.)

- |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 21 | (B) 23 | (C) 24 | (D) 30 | (E) 50 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

18. Een vlak snijdt een rechte omwentelingscilinder met straal 1 volgens een ellips. Als de grote as van de ellips 50% langer is dan de kleine as, dan is de lengte van de grote as

- |       |                   |       |                   |       |
|-------|-------------------|-------|-------------------|-------|
| (A) 1 | (B) $\frac{3}{2}$ | (C) 2 | (D) $\frac{9}{4}$ | (E) 3 |
|-------|-------------------|-------|-------------------|-------|

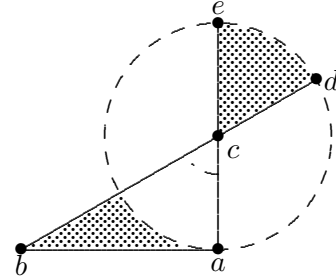
19. Een park heeft de vorm van een regelmatige zeshoek waarvan de lengte van de zijden gelijk is aan 2 km. Annie maakt een wandeling van 5 km langs de omtrek, vertrekkend van een hoekpunt. Hoeveel kilometers (in rechte lijn) is ze dan van haar startplaats verwijderd?

- |                 |                 |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (A) $\sqrt{13}$ | (B) $\sqrt{14}$ | (C) $\sqrt{15}$ | (D) $\sqrt{16}$ | (E) $\sqrt{17}$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

20. Veronderstel dat  $x$  en  $y$  omgekeerd evenredig zijn en positief. Als  $x$  met  $p\%$  toeneemt, dan zal  $y$  afnemen met

(A) $p\%$	(B) $\frac{p}{1+p}\%$	(C) $\frac{100}{p}\%$	(D) $\frac{p}{100+p}\%$	(E) $\frac{100p}{100+p}\%$
-----------	-----------------------	-----------------------	-------------------------	----------------------------

21. In de tekening hiernaast wordt  $\theta$  gemeten in radialen. Het punt  $c$  is het middelpunt van de cirkel en  $ab$  is de raaklijn in  $a$  aan deze cirkel. De punten  $b$ ,  $c$  en  $d$  liggen op één rechte evenals de punten  $a$ ,  $c$  en  $e$ . In de onderstelling dat  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  zijn de oppervlakten van de gearceerde gebieden gelijk als en slechts als



(A) $\operatorname{tg}\theta = \theta$	(B) $\operatorname{tg}\theta = 2\theta$	(C) $\operatorname{tg}\theta = 4\theta$	(D) $\operatorname{tg}2\theta = \theta$	(E) $\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \theta$
--	---	---	---	--

22. Uit de verzameling  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$  worden zes verschillende getallen genomen. De kans dat onder de gekozen getallen het tweede kleinste getal 3 is, wordt gegeven door

(A) $\frac{1}{60}$	(B) $\frac{1}{6}$	(C) $\frac{1}{3}$
(D) $\frac{1}{2}$	(E) geen van de vorige	

23. Beschouw  $N = 69^5 + 5 \cdot 69^4 + 10 \cdot 69^3 + 10 \cdot 69^2 + 5 \cdot 69 + 1$ . Hoeveel natuurlijke getallen zijn deler van  $N$ ?

(A) 3	(B) 5	(C) 69	(D) 125	(E) 216
-------	-------	--------	---------	---------

24. Veronderstel dat  $p(x) = x^2 + bx + c$ , met  $b$  en  $c$  gehele getallen. Als  $p(x)$  een deler is van  $x^4 + 6x^2 + 25$  en van  $3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$ , dan is  $p(1)$  gelijk aan

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 4	(E) 8
-------	-------	-------	-------	-------

25. Men noteert door  $[x]$  het grootste geheel getal dat kleiner is dan of gelijk is aan  $x$ . Dan is

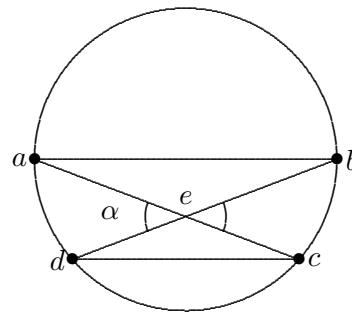
$$\sum_{N=1}^{1024} [\log_2 N] =$$

(A) 8192	(B) 8204	(C) 9218
(D) $[\log_2(1024!)]$	(E) geen van de vorige	

26. Men wenst een rechthoekige driehoek  $abc$  te construeren (in het vlak) zo dat de rechthoekszijden  $[ab]$  en  $[ac]$  respectievelijk evenwijdig zijn met de  $X$ -as en de  $Y$ -as van een georthonormeed assenstelsel. Bovendien wordt vereist dat de zwaartelijnen op die rechthoekszijden gelegen zijn op de rechten met vergelijking  $y = 3x + 1$  en  $y = mx + 2$ . Hoeveel verschillende waarden kan de constante  $m$  aannemen zodanig dat de driehoek bestaat?

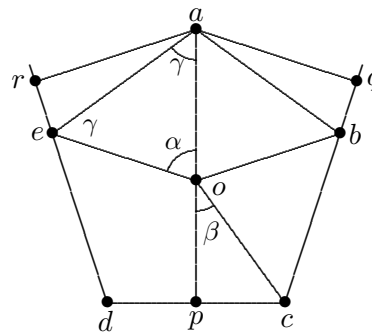
(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 3	(E) meer dan 3
-------	-------	-------	-------	----------------

27. In bijgaande figuur is  $[ab]$  de middellijn van een cirkel,  $[cd]$  een koorde evenwijdig aan  $ab$ ,  $e$  het snijpunt van de lijnstukken  $[ac]$  en  $[bd]$ ,  $\alpha = \widehat{aed}$ . De verhouding van de oppervlakten van driehoek  $cde$  en van driehoek  $abe$  is



(A) $\cos \alpha$	(B) $\sin \alpha$	(C) $\cos^2 \alpha$	(D) $\sin^2 \alpha$	(E) $1 - \sin \alpha$
-------------------	-------------------	---------------------	---------------------	-----------------------

28.  $abcde$  is een regelmatige vijfhoek.  $ap$ ,  $aq$  en  $ar$  zijn de loodlijnen uit  $a$  op resp.  $[cd]$  en de verlengden van  $[cb]$  en  $[de]$  (zie figuur). Als  $o$  het middelpunt is van de omschreven cirkel van  $abcde$  en als  $|op| = 1$ , dan is  $|ao| + |aq| + |ar|$  gelijk aan



(A) 3	(B) $1 + \sqrt{5}$	(C) 4	(D) $2 + \sqrt{5}$	(E) 5
-------	--------------------	-------	--------------------	-------

29. Twee hoogtelijnen van een ongelijkzijdige driehoek  $abc$  hebben een lengte 4 en 12. Als de lengte van de derde hoogtelijn eveneens een natuurlijk getal is, wat is dan de grootste waarde die deze lengte kan aannemen?

(A) 4	(B) 5	(C) 6
(D) 7	(E) geen van de vorige	

30. Het aantal reële oplossingen  $(x, y, z, w)$  van het stelsel vergelijkingen

$$\begin{cases} 2y = x + \frac{17}{x} \\ 2z = y + \frac{17}{y} \\ 2w = z + \frac{17}{z} \\ 2x = w + \frac{17}{w} \end{cases}$$

is gelijk aan

- |       |       |       |       |        |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 4 | (D) 8 | (E) 16 |
|-------|-------|-------|-------|--------|