

1 Junior Wiskunde Olympiade 2004-2005: tweede ronde

De tweede ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringsysteem werkt als volgt: per goed antwoord krijgt de deelnemer 5 punten, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 1 punt en een foutief antwoord wordt als 0 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 2 uur.

Volgende benaderingen kunnen nuttig zijn bij het oplossen van sommige vragen.

$\sqrt{2} \approx 1,4142$	$\sqrt{3} \approx 1,7321$	$\sqrt{5} \approx 2,2361$	$\pi \approx 3,1416$
---------------------------	---------------------------	---------------------------	----------------------

1. Hoeveel eerstegraadsfuncties zijn er die het interval $[1, 3]$ afbeelden op het interval $[-1, 2]$?

(A) 0	(B) 1
(C) 2	(D) meer dan 2 maar eindig
(E) oneindig	

2. Welke van volgende breuken heeft de grootste waarde?

(A) $\frac{61}{121}$	(B) $\frac{65}{131}$	(C) $\frac{69}{141}$	(D) $\frac{73}{151}$	(E) $\frac{77}{161}$
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

3. De bewerking waarbij we de inhoud van twee naast elkaar gelegen vakjes verwisselen noemen we een flip. Hoeveel flips zijn er minstens nodig om vanuit de beginstand

4	3	5	1	2
---	---	---	---	---

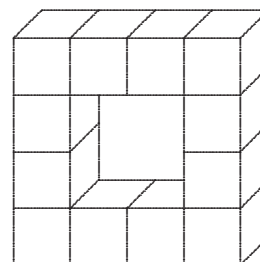
 over te gaan naar de eindstand

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

?

(A) 3	(B) 4	(C) 5	(D) 7	(E) 10
-------	-------	-------	-------	--------

4. Wat is de oppervlakte van dit lichaam opgebouwd uit twaalf kubussen met ribbe 1?



(A) 12	(B) 48	(C) 60	(D) 64	(E) 72
--------	--------	--------	--------	--------

5. Het schilderen van een doorlopende witte lijn op een autoweg kost 500 euro per km, waarvan 100 euro voor materiaal en de rest voor organisatie en werkkraft. Een onderbroken witte lijn is 15% goedkoper aan materiaal, maar 15% duurder aan werk. Hoeveel kost het om een weg van 30 km te schilderen met volle lijnen aan de buitenkanten en een onderbroken lijn in het midden?

(A) € 16 350	(B) € 30 000	(C) € 45 000	(D) € 46 350	(E) € 47 700
--------------	--------------	--------------	--------------	--------------

6. Op een zonnige dag genieten 8 personen op een terras van een drankje: ofwel 1 koffie, ofwel 1 pils, ofwel 1 blonde trappist. De prijzen zijn respectievelijk 1,40 euro, 1,60 euro en 2 euro. De totale rekening bedraagt 14,60 euro. Hoeveel personen hebben een blonde trappist gedronken?

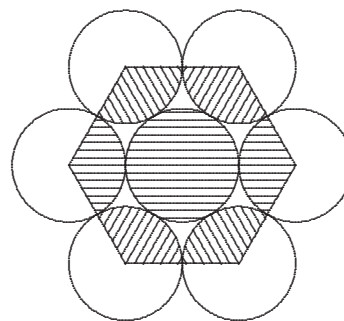
(A) 2	(B) 3	(C) 4	(D) 5	(E) 6
-------	-------	-------	-------	-------

7. In een vierkant rooster van 3 bij 3 vakjes worden de getallen 1 tot en met 9 elk éénmaal ingevuld zodat de som van de getallen in elk van de vier deelvierkanten van 2 bij 2 telkens gelijk is aan 20. Als de getallen 5 en 7 worden geplaatst zoals in de figuur, welk getal komt dan in het gearceerde vakje?

	5	
7		

(A) 1	(B) 2	(C) 3
(D) 4	(E) niet af te leiden uit de gegevens	

8. In de figuur werden zeven rakende cirkels getekend en een zeshoek waarvan de hoekpunten de middelpunten van zes cirkels zijn. Als de oppervlakte van elke cirkel gelijk is aan 1, wat is dan de oppervlakte van het gearceerde gebied?



(A) 2	(B) 2,5	(C) 3	(D) 3,5	(E) 4
-------	---------	-------	---------	-------

9. Op een school werden banken besmeurd.

De twee kinderen van de familie De Roo besmeurden elk 4 banken.

De zes jongens van de familie De Ridder besmeurden elk 3 banken.

De vijf meisjes van de familie Enco besmeurden elk 2 banken.

Hun ouders moeten gezamenlijk een schadevergoeding betalen van 1872 euro. Als voor elke besmeurde bank evenveel schadevergoeding wordt betaald, hoeveel moet de familie Enco dan betalen?

(A) 260	(B) 416	(C) 520	(D) 720	(E) 936
---------	---------	---------	---------	---------

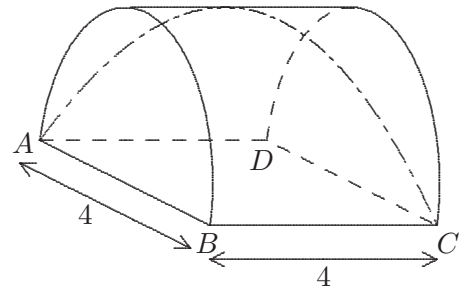
10. Hoeveel boterhammen kan je besmeren met een pot choco van 750 ml als elke boterham 12,5 cm bij 8 cm groot is en bedekt wordt met een laag choco van 0,5 mm?

(A) 100	(B) 120	(C) 125	(D) 150	(E) 200
---------	---------	---------	---------	---------

11. Het aantal snijpunten van vier verschillende rechten in het vlak is nooit gelijk aan

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 2 | (B) 3 | (C) 4 | (D) 5 | (E) 6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

12. We beschouwen een halve cilinder met diameter 4 cm en hoogte 4 cm (zie figuur). Wat is de lengte in centimeter van de kortste afstand van A tot C langs de mantel?

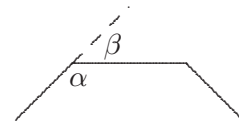


- | | | |
|--------------------------|---------------------------|------------------|
| (A) $4\sqrt{2}$ | (B) $2\pi + 2$ | (C) $4(\pi + 1)$ |
| (D) $\sqrt{4\pi^2 + 16}$ | (E) $\sqrt{16\pi^2 + 16}$ | |

13. Als $a = 2^{2005} + 2^{-2005}$ en $b = 2^{2005} - 2^{-2005}$, dan is $a^2 - b^2$ gelijk aan

- | | | |
|----------|------------------------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 4 |
| (D) 2005 | (E) geen van de vorige | |

14. Elke hoek α van een regelmatige veelhoek meet 90° meer dan de corresponderende buitenhoek β . Het aantal zijden van de regelmatige veelhoek is dan gelijk aan



- | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|--------|
| (A) 4 | (B) 6 | (C) 8 | (D) 10 | (E) 12 |
|-------|-------|-------|--------|--------|

15. Het aantal getallen tussen 205 en 2005 die veelvouden zijn van 5 en van 8 is

- | | | | | |
|--------|--------|---------|---------|---------|
| (A) 44 | (B) 45 | (C) 539 | (D) 541 | (E) 584 |
|--------|--------|---------|---------|---------|

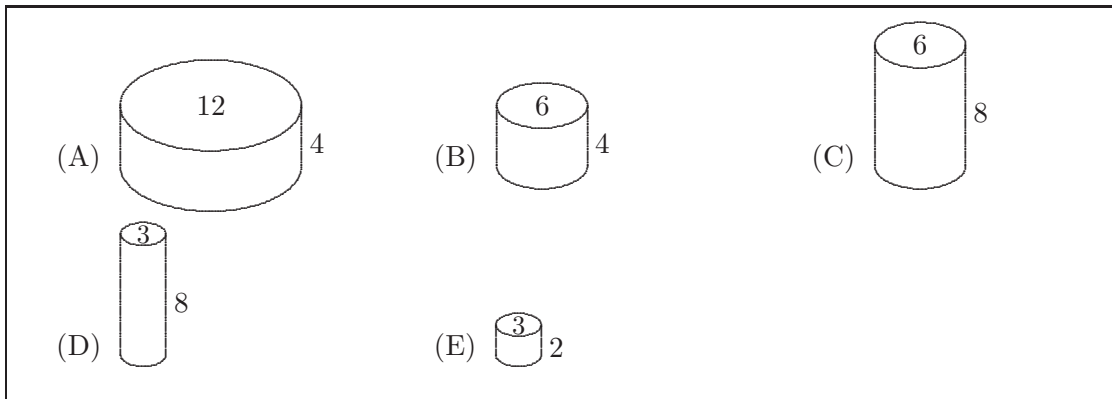
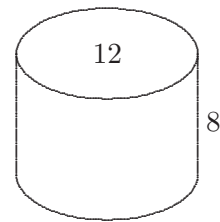
16. Hoeveel natuurlijke getallen van vier cijfers hebben de eigenschap dat het product van hun cijfers gelijk is aan 343?

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| (A) 1 | (B) 4 | (C) 6 | (D) 8 | (E) 24 |
|-------|-------|-------|-------|--------|

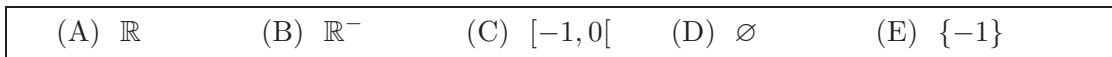
17. Welke rechthoekige driehoek heeft een omtrek met hetzelfde maatgetal als zijn oppervlakte (b.v. 7 cm en 7 cm²)? Een driehoek met rechthoekszijden

- | | |
|-------------------|--------------------|
| (A) 3 cm en 4 cm | (B) 6 cm en 8 cm |
| (C) 9 cm en 12 cm | (D) 12 cm en 16 cm |
| | (E) 15 cm en 20 cm |

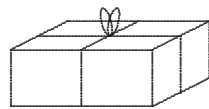
18. Van welke cilindervormige watertank is het volume precies één vierde van het volume van de watertank hiernaast (de getallen stellen de diameter en de hoogte van de tank in meter voor)?



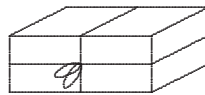
19. De oplossingenverzameling van $x^2 + 1 \geq 0 \geq (x + 1)^2$ is



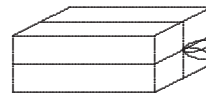
20. Een cadeautje kan op drie manieren worden ingepakt. Bij elke tekening is aangegeven hoeveel centimeter touw nodig is, inclusief 25 cm voor de strik.



115 cm

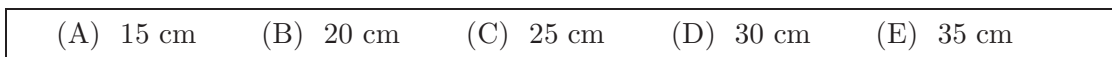


120 cm

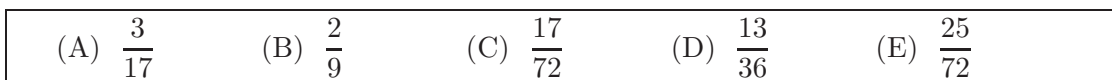


140 cm

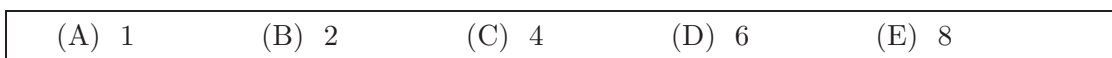
Hoe lang is de langste zijde van het cadeautje?



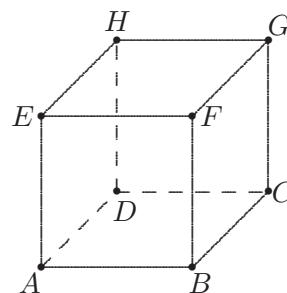
21. a, b, c en d zijn vier verschillende getallen uit de verzameling $\{1, 2, \dots, 9\}$. De minimale waarde die $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ kan aannemen is



22. De cirkel met middelpunt A en straal 3 en de cirkel met middelpunt B en straal 5 hebben geen enkel gemeenschappelijk punt. Welke van de volgende waarden is mogelijk voor de lengte van het lijnstuk $[AB]$?



23. P is een punt op de ribbe $[AE]$ van de kubus en Q een punt op de ribbe $[BF]$, zodanig dat $|PQ| = |AB| = 4$. De oppervlakte van de vierhoek $GHPQ$ kan niet gelijk zijn aan



- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 14 | (B) 16 | (C) 18 | (D) 20 | (E) 22 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

24. Je verdeelt een driehoek met zijden 4, 5 en 6 in drie driehoeken door een punt binnen de driehoek te verbinden met de hoekpunten. Welk punt moet je dan kiezen zodat de oppervlakten van de kleine driehoeken zich eveneens verhouden als 4, 5 en 6?

- | |
|---|
| (A) het snijpunt van de drie bissectrices
(B) het snijpunt van de drie hoogtelijnen
(C) het snijpunt van de drie middelloodlijnen
(D) het snijpunt van de drie zwaartelijnen
(E) het middelpunt van de omgeschreven cirkel (omcirkel) |
|---|

25. In de periode januari/februari/maart van een bepaald jaar zijn er juist 12 zondagen. Op welke dag valt 15 februari van dat jaar?

- | | | |
|---------------|-------------|--------------|
| (A) maandag | (B) dinsdag | (C) woensdag |
| (D) donderdag | (E) vrijdag | |

26. Twee zwaartelijnen van een driehoek hebben een lengte 10 en 12 en snijden elkaar loodrecht. De oppervlakte van de driehoek is

- | | | | | |
|--------|--------|--------|---------|---------|
| (A) 60 | (B) 70 | (C) 80 | (D) 100 | (E) 120 |
|--------|--------|--------|---------|---------|

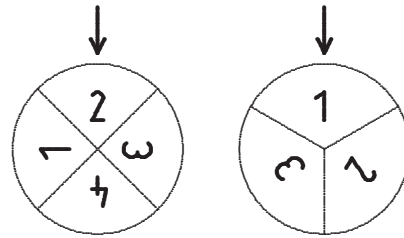
27. Een veilig priemgetal p is een priemgetal zodanig dat $\frac{p-1}{2}$ eveneens priem is. Hoeveel veilige priemgetallen zijn er tussen 1 en 100?

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 3 | (B) 4 | (C) 5 | (D) 6 | (E) 7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

28. In een scherphoekige driehoek ABC snijden de hoogtelijnen vanuit B en C elkaar in H . De hoek \widehat{BHC} is gelijk aan

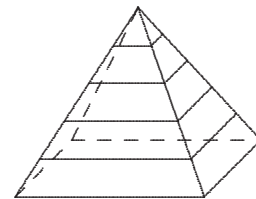
- | | | | | |
|---------------|----------------|----------------|--------------------------|---------------------------|
| (A) \hat{A} | (B) $2\hat{A}$ | (C) $3\hat{A}$ | (D) $90^\circ + \hat{A}$ | (E) $180^\circ - \hat{A}$ |
|---------------|----------------|----------------|--------------------------|---------------------------|

29. Op een Vlaamse kermis staat een spelletje waarbij de deelnemers aan twee wielen moeten draaien (zie figuur). Je wint een prijs als onder de pijltjes twee keer hetzelfde getal staat. Wat is de kans dat je een prijs wint?



- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{7}{12}$

30. Een regelmatige vierzijdige piramide waarvan elk zijvlak en ook het grondvlak oppervlakte 5 hebben, wordt evenwijdig met het grondvlak in vijf stukken met dezelfde hoogte gezaagd (zie figuur). Alle afzonderlijke stukken worden volledig geschilderd. Wat is de te beschilderen oppervlakte?



- (A) 31 (B) 35 (C) 37 (D) 40 (E) 45