11 Junior Wiskunde Olympiade 2001-2002: tweede ronde

De tweede ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringssysteem werkt als volgt: per goed antwoord krijgt de deelnemer 5 punten, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 1 punt en een foutief antwoord wordt als 0 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 2 uur.

11.1 De problemen

1.

$$\sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} =$$

(A) 10	(B) -10	(C) 14
(D) -14	(E) geen van de vorige	

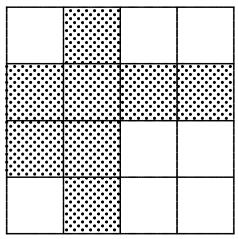
2. Beschouw een getal met vijf cijfers: $a6a41$. Als dit getal deelbaar is door 3, hoeveel mogelijke waarden kan a dan aannemen?

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 3	(E) 4

3. Als je uit een boek alle bladzijden van pagina P tot en met pagina Q éénmaal kopieert, hoeveel kopies maak je dan?

(A) $Q - P$	(B) $Q - P + 1$	(C) $Q - P - 1$
(D) $P + Q + 1$	(E) $Q - P + 2$	

4. De gearceerde oppervlakte in bijgaand rooster is 200 cm^2. Bepaal de omtrek in cm van de gearceerde figuur.



(A) 80	(B) 100	(C) 160	(D) 200	(E) 400

5.

$$\sqrt{0{,}111\ldots} =$$

(A) 0,111...	(B) 0,222...	(C) 0,333...	(D) 0,444...	(E) 0,555...

6. Op een kaart met schaal 1/250 000 bedraagt de afstand tussen Alphastad en Betastad 30 cm. Hoe ver zijn de steden in werkelijkheid van elkaar verwijderd?

(A) 0,75 km	(B) 7,5 km	(C) 75 km	(D) 750 km	(E) 7500 km

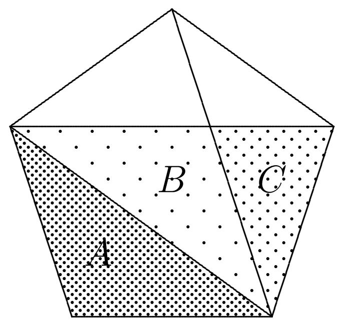
7. In hoeveel natuurlijke getallen kleiner dan 999 komt het cijfer 1 voor?

(A) 243	(B) 244	(C) 253	(D) 271	(E) 276

8. Wim voert een aantal opeenvolgende bewerkingen uit vertrekkend van een zeker getal a. Eerst telt hij 5 op bij a, dan verdubbelt hij het resultaat, hiervan trekt hij 6 af, hij deelt het nieuwe resultaat door 2, trekt hiervan 2 af en verkrijgt ten slotte 5. Wat is a?

(A) 4	(B) 5	(C) $\frac{13}{2}$	(D) 7	(E) $\frac{15}{2}$

9. In een regelmatige vijfhoek beschouwen we drie diagonalen (zie figuur). Voor de oppervlakten A, B, C van de aangegeven driehoeken kan men het volgende zeggen

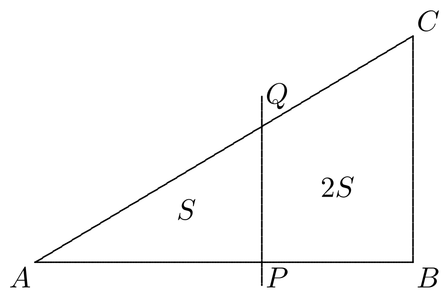


(A) $C < B < A$	(B) $A = C < B$	(C) $C < A = B$
(D) $A < C < B$	(E) $C < A < B$	

10. Bepaal de kleinste waarde van n waarvoor $n!$ deelbaar is door 2002.
($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$; b.v. $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$)

(A) 7	(B) 9	(C) 11	(D) 13	(E) 1001

11. Driehoek ABC is rechthoekig in B en zijde $[AB]$ heeft lengte 3. Door een punt P op de zijde $[AB]$ trekt men een rechte evenwijdig aan BC die $[AC]$ snijdt in Q. Als de oppervlakte van het trapezium $PBCQ$ tweemaal zo groot is als die van de driehoek PQA, hoe lang is dan $[AP]$?



(A) 1	(B) $\sqrt{2}$	(C) $\sqrt{3}$	(D) 2	(E) $\sqrt{5}$

12. Het getal

$$2^{\left(2^{2002}\right)}+1$$

eindigt op

(A) 1	(B) 3	(C) 5	(D) 7	(E) 9

13. Annie loopt sneller dan Brigitte, Diane is sneller dan Cindy en Brigitte wint altijd van Erna. Op een dag houden de vijf meisjes een loopwedstrijd. Slechts één van de volgende uitslagen is mogelijk. Welke?
($ABCDE$ betekent: Annie wint, Brigitte is tweede, enz. ...)

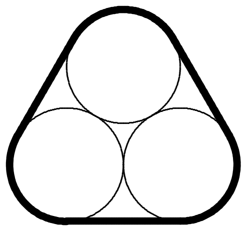
(A) $ABCDE$	(B) $BEDAC$	(C) $ABCED$	(D) $ADCEB$	(E) $ADBCE$

14. Als $x \neq 0$ en $x \neq 1$, dan is

$$\frac{x-1-\dfrac{x-1}{x}}{\dfrac{1}{x-1}+1} \text{ gelijk aan}$$

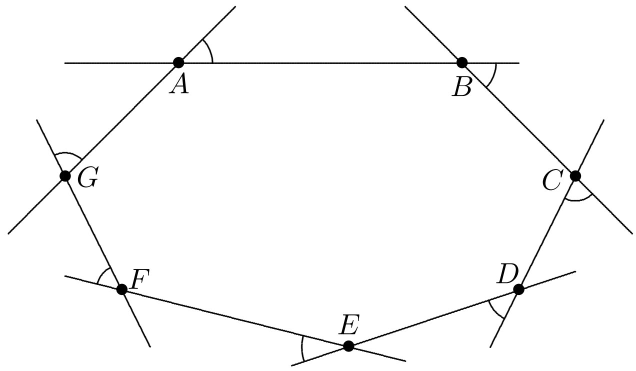
(A) $\dfrac{(x-1)^3}{x^2}$	(B) $\dfrac{(x^2-2x-1)(x-1)}{x^2}$	(C) $x-1$
(D) $(x-1)^3$	(E) geen van de vorige	

15. Drie cilinders met een middellijn van lengte 1 worden bijeengehouden door een dunne metalen band (zie figuur). De lengte van deze metalen band is gelijk aan



(A) $3+\pi$	(B) 3	(C) $3+\dfrac{\pi}{2}$	(D) $\dfrac{3+\pi}{2}$	(E) $6+\pi$

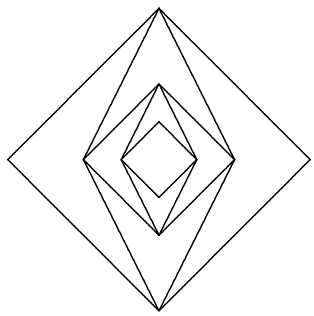
16. De som van de in de figuur aangeduide hoeken is gelijk aan



(A) 180°	(B) 270°	(C) 360°	(D) 450°	(E) 540°

17. In bijgaande figuur wordt een aantal ruiten opgebouwd, uitgaande van een ruit met twee diagonalen van lengte 1. Verdubbel nu de verticale diagonaal en je verkrijgt een nieuwe ruit; verdubbel dan in die nieuwe ruit de horizontale diagonaal en je verkrijgt een volgende ruit; herhaal deze werkwijze. De omtrekken van de eerste drie ruiten zijn dan:

$$2\sqrt{2},\ 2\sqrt{5},\ 2\sqrt{8}.$$



Wat is de omtrek van de zesde ruit?

(A) $2\sqrt{40}$	(B) $2\sqrt{60}$	(C) $2\sqrt{64}$	(D) $2\sqrt{72}$	(E) $2\sqrt{80}$

18. Drie vlakken α, β en γ staan twee aan twee loodrecht op elkaar. Hoeveel punten hebben deze vlakken gemeenschappelijk?

(A) 0	(B) 1	(C) 3
(D) oneindig veel	(E) hangt af van de keuze van de vlakken	

19. Jan en Mieke staan in de supermarkt voor het rek met chocolade. Jan merkt op: “Als ik de helft van mijn geld bij dat van jou voeg, hebben we juist genoeg voor twee repen”. Hierop zegt Mieke: “En als ik de helft van mijn geld bij dat van jou voeg, dan hebben we juist genoeg voor één”.
Hoeveel geld heeft Jan?

(A) Geen.	(B) De helft van Mieke.
(C) Evenveel als Mieke.	(D) Het dubbele van Mieke.
(E) Het bedrag is niet te bepalen uit de gegevens.	

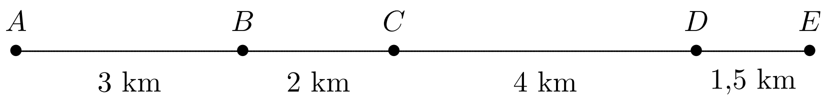
20. Bij een bingoavond worden reeksen van 6 spelletjes gespeeld. Per reeks wordt de mogelijke winst per spel met 7 vermenigvuldigd. In de eerste reeks kan men per spel 1 eurocent winnen; in de tweede reeks kan men dus per spel 7 eurocent winnen, enzovoort. Zulma wint 100 euro. Hoeveel spelletjes heeft zij die avond gewonnen?

(A) 4	(B) 10	(C) 11	(D) 12	(E) 13

21. De som van de kleinste drie (positieve) delers van 3333333333 is

(A) 11	(B) 13	(C) 15	(D) 23	(E) 47

22. Vijf vrienden Axel, Bart, Chris, Dirk en Erwin wonen langs dezelfde baan op afstanden van elkaar zoals aangegeven op bijgaand schema.



Om plannen te maken voor een fietstocht beslissen ze op een mooie lentedag samen te komen langs diezelfde baan op een zekere plaats P, waarbij P zodanig gekozen is dat de totale afgelegde afstand tot P minimaal is.
Wat kan je zeggen over P?

(A) $P = B$	(B) P ligt tussen B en C	(C) $P = C$
(D) P ligt tussen C en D	(E) $P = D$	

23. Hoeveel van volgende uitspraken zijn correct?
   I. een vierhoek met twee rechte hoeken is een rechthoekig trapezium
   II. in een parallellogram zijn de diagonalen even lang
   III. een parallellogram bezit een symmetrie-as
   IV. een ruit is een parallellogram

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 3	(E) 4

24. Hoeveel van volgende uitspraken zijn correct voor alle strikt positieve reële getallen x en y?

I. $x^2 \notin \mathbb{Q} \Rightarrow x \notin \mathbb{Q}$
II. $x \in \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{x} \notin \mathbb{Q}$
III. $x \in \mathbb{Q}, y \notin \mathbb{Q} \Rightarrow xy \notin \mathbb{Q}$
IV. $x \notin \mathbb{Q}, y \notin \mathbb{Q} \Rightarrow xy \notin \mathbb{Q}$

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 3	(E) 4

25. Welk is het grootste quotiënt dat kan verkregen worden met behulp van twee getallen te kiezen uit $\left\{-40, -2, -\dfrac{1}{2}, 1, 2, 8\right\}$?

(A) 8 (B) 16 (C) 20 (D) 40 (E) 80

26. Mijnheer Igodt draagt elke dag een proper hemd. Elke maandagavond brengt hij, op weg van zijn werk naar huis, zijn vuile hemden van de afgelopen week naar de wasserij en neemt hij de gewassen hemden mee naar huis.
Hoeveel hemden heeft mijnheer Igodt minstens?

(A) 7 (B) 8 (C) 14 (D) 15 (E) 16

27. In een magisch vierkant is de som van de getallen in elke rij, in elke kolom en op elke diagonaal telkens dezelfde. Als je volgend vierkant aanvult tot een magisch vierkant, wat komt er dan op de plaats van het kruisje?

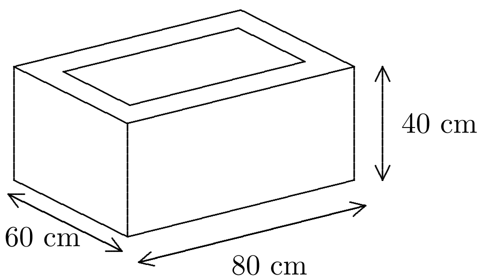
	$\times$	$\frac{4}{5}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{5}$		

(A) $\dfrac{3}{10}$ (B) $\dfrac{2}{5}$ (C) $\dfrac{3}{5}$ (D) $\dfrac{7}{10}$ (E) $\dfrac{3}{2}$

28. Als $2 < z < 3$, dan is $|z-1| - |z-2| + |z-3| =$

(A) -2 (B) z (C) $-z$ (D) $4-z$ (E) $3z-6$

29. Een stalen bak zonder deksel met wand- en bodemdikte 5 cm en waarvan de afmetingen op de figuur zijn aangeduid, wordt volledig gevuld met water. Hoeveel liter kan in deze bak?



(A) 105 (B) 122,5 (C) 140 (D) 168 (E) 192

30. Als $a^2 = a + 1$, dan is $a^4 =$

(A) $-2a+2$ (B) $-a+2$ (C) $a+2$ (D) $2a+2$ (E) $3a+2$