

Vlaamse Wiskunde Olympiade 2007-2008: eerste ronde

1. Een rechthoek met lengte b en breedte c en een vierkant met zijde a hebben gelijke oppervlakte. Dan geldt:

(A) $a - c = c + b$	(B) $b + c = 2a$	(C) $\frac{a}{c} = b$
(D) $bc = 1$	(E) $\frac{c}{a} = \frac{a}{b}$	

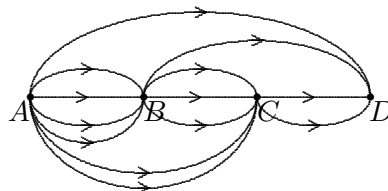
2. Op de catwalk weegt een mannequin met haar kleren aan 59 kg. Ze blijkt 58 kg meer te wegen dan haar kleding. Hoe zwaar is haar kleding?

(A) 0,25 kg	(B) 0,50 kg	(C) 0,75 kg	(D) 1,00 kg	(E) 1,25 kg
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

3. Welk van volgende getallen p kan worden gebruikt als tegenvoorbeeld om de uitspraak "Als p een priemgetal is, dan is $p + 3$ een viervoud" te weerleggen?

(A) 9	(B) 11	(C) 13	(D) 15	(E) 17
-------	--------	--------	--------	--------

4. Hoeveel wegen zijn er om van A naar D te gaan, in de richting van de pijlen?



(A) 13	(B) 28	(C) 32	(D) 33	(E) 56
--------	--------	--------	--------	--------

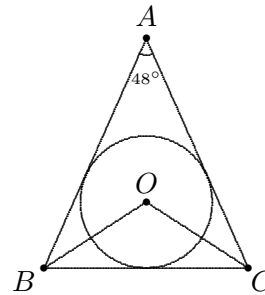
5. An heeft 8 muntstukken, Bart 6 en Chris 3. Ze besluiten hiermee een spelletje te spelen. In iedere beurt worden de stukken herverdeeld op de volgende manier. Als degene met het meeste muntstukken er een even aantal heeft, geeft hij de helft daarvan aan diegene die er het minste heeft. Als degene met het meeste muntstukken er een oneven aantal heeft, geven hij en degene die er het minste heeft, elk één aan de derde speler. Hoe zijn de muntstukken verdeeld na 2008 beurten?

(A) An meest, Chris minst,	(B) Chris meest, An minst,
(C) Bart meest, Chris minst,	(D) Chris meest, Bart minst,
(E) Chris noch het meest, noch het minst.	

6. Als $f(x) = 3^x$ dan is $f(x + 2) - f(x + 1)$ gelijk aan

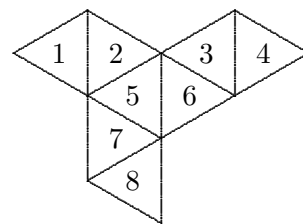
(A) $f(x)$	(B) $2f(x)$	(C) $3f(x)$	(D) $4f(x)$	(E) $6f(x)$
------------	-------------	-------------	-------------	-------------

7. Een gelijkbenige driehoek ABC heeft tophoek $\widehat{BAC} = 48^\circ$. Zij O het middelpunt van de ingeschreven cirkel, dan is de hoek \widehat{BOC} gelijk aan



- (A) 96° (B) 108° (C) 114° (D) 122° (E) 132°

8. Als de ontvouwing hiernaast opnieuw tot een regelmatig achthoekig vlak wordt geplooid, wat is dan de som van de drie getallen op de zijvlakken die een ribbe gemeen hebben met het zijvlak met nummer 1?



- (A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) 14

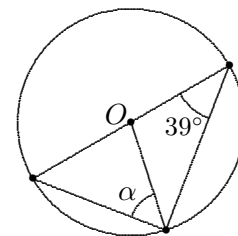
9. Twintig zachte kussens zijn op elkaar gestapeld. Elk kussen weegt 500 gram en is 25 cm dik. De dikte van een kussen vermindert met 2 cm per kg die op het kussen rust. Hoe hoog is de stapel?

- (A) 190 cm (B) 310 cm (C) 430 cm (D) 460 cm (E) 481 cm

10. In de ontwikkeling van $(3x - 4y + 5)^2$ is de grootste coëfficiënt deze van

- (A) x^2 (B) y^2 (C) xy (D) x (E) y

11. In bijgaande figuur is O het middelpunt van de cirkel. De hoek α is gelijk aan



- (A) 39° (B) 45° (C) 51° (D) 63° (E) 78°

12. Met een halve cirkelschijf met straal 1 wordt een kegel gevormd zodat de schijf precies de mantel van de kegel is. Wat is de hoogte van deze kegel?

(A) $\frac{1}{2}$	(B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	(D) 1	(E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
-------------------	--------------------------	--------------------------	-------	--------------------------

13. Hoeveel drietallen (x, y, z) voldoen aan

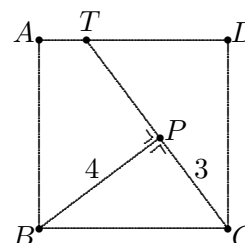
$$|x| - 1 + |y| - 2 + |z| - 3 = 0?$$

(A) 0	(B) 2	(C) 4	(D) 6	(E) 8
-------	-------	-------	-------	-------

14. Vader schrijft een testament dat zijn nalatenschap aan zijn dochters regelt: “De oudste dochter krijgt 1000 euro en 10% van wat er nog rest. Als dit uitbetaald is, krijgt de tweede 2000 euro en 10% van wat er dan nog rest. De derde krijgt 3000 euro en 10% van de rest, enzovoort.” Bij zijn dood krijgen alle dochters precies evenveel. Hoeveel dochters heeft vader?

(A) 9	(B) 10	(C) 11	(D) 12	(E) 13
-------	--------	--------	--------	--------

15. $ABCD$ is een vierkant. De andere gegevens zie je op de figuur. Bepaal $|TD|$.



(A) 3	(B) $\frac{15}{4}$	(C) 4	(D) $\frac{17}{4}$	(E) 5
-------	--------------------	-------	--------------------	-------

16. De oplossingenverzameling van $\frac{4}{x} \leq 2$ is

(A) $\mathbb{R} \setminus [0, 2]$	(B) $]0, 2]$	(C) $[2, +\infty[$
(D) $] - \infty, -2] \cup]0, +\infty[$	(E) $] - \infty, 0[\cup [2, +\infty[$	

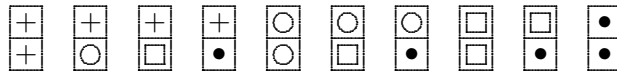
17. Oma lijdt aan geheugenverlies. Jeroentje zal haar helpen om haar brandkast te openen. Daarvoor moet hij de code van haar brandkast kraken. Hij weet dat de code uit 4 verschillende cijfers bestaat, dat de cijfers 1 en 2 in de code voorkomen en dat het cijfer 0 niet in de code voorkomt. Hoeveel mogelijke codes zijn er?

(A) 42	(B) 504	(C) 588	(D) 1008	(E) 5040
--------	---------	---------	----------	----------

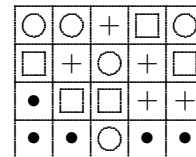
18. Op dit ogenblik is het getal $\pi = 3,1415\dots$ al tot op meer dan 10^{12} cijfers na de komma gekend. In de loop van de geschiedenis circuleerden er heel wat minder correcte benaderingen. Welke van de volgende benaderingen is de minst correcte?

(A) $3 + \frac{1}{8}$ (Babylonië, 1800 v.C.)	(B) $4(\frac{8}{9})^2$ (Rhind Papyrus, 1650 v.C.)
(C) 3 (Oud Testament, 950 v.C.)	(D) $\frac{22}{7}$ (Oud Griekenland, 250 v.C.)
(E) $\sqrt{10}$ (China, 130 v.C.)	

19. Beschouw de tien verschillende dominostenen:



Deze tien dominostenen worden gerangschikt in een rechthoek van 4 bij 5 zoals in de figuur hier-naast.



Wat is de positie van de steen $\square+$?

(A)	(B)	(C)
(D)	(E)	

20. Op hoeveel manieren kan in onderstaand rooster het woord “vierkantswortel” gelezen worden beginnend bij de V bovenaan links en eindigend bij de L onderaan rechts?

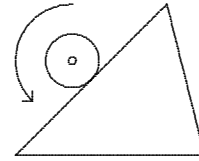
V	I	E	R	K	A	N	T	S
I	E	R	K	A	N	T	S	W
E	R	K	A	N	T	S	W	O
R	K	A	N	T	S	W	O	R
K	A	N	T	S	W	O	R	T
A	N	T	S	W	O	R	T	E
N	T	S	W	O	R	T	E	L

(A) 48	(B) 63	(C) 126	(D) 3003	(E) 16384
--------	--------	---------	----------	-----------

21. Welke driehoek is stomphoekig?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
-----	-----	-----	-----	-----

22. Een muntstukje met een diameter van 2 heeft in het midden een gaatje. Men plaatst een potloodpunt in dit gaatje en rolt het muntstukje langs de buitenrand van een driehoek met omtrek 18. Bij het rollen wordt door het potlood een baan uitgetekend. Hoe lang is die baan?



- | | | |
|----------------------|----------------------|--------|
| (A) $18 + 6\sqrt{3}$ | (B) $18 + 3\sqrt{3}$ | (C) 21 |
| (D) $18 + 2\pi$ | (E) $18 + 4\pi$ | |

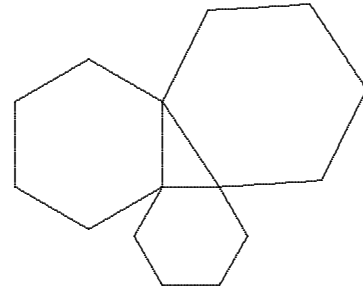
23. In de ronde van Mathematië wordt een tijdrit gereden met vier renners: Armstrong, Boone, Clöden, Dino Kourov (hierna afgekort met hun beginletter). Ze starten in deze volgorde met tussenpauzes van 3 minuten. *A* komt 3 minuten en 3 seconden voor *B* aan. *B* bereikt de aankomst 2 minuten en 48 seconden voor *C* en *C* is er op zijn beurt 2 minuten 59 seconden voor *D*. Wat is de juiste volgorde in de rituitslag (van de snelste naar de traagste)?

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (A) <i>DCAB</i> | (B) <i>BCDA</i> | (C) <i>DCBA</i> | (D) <i>ABCD</i> | (E) <i>BACD</i> |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

24. Een driehoek heeft zijden met lengtes 13, 19 en 22. Wat is de lengte van de zwaartelijijn die door het midden van de langste zijde gaat?

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 12 | (B) 13 | (C) 14 | (D) 16 | (E) 18 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

25. Op de zijden van een rechthoekige driehoek construeert men regelmatige zeshoeken zoals in de figuur. De zeshoeken op de rechthoekszijden hebben oppervlakte resp. 1 en 2. Hoe groot is de oppervlakte van de zeshoek op de schuine zijde?



- | | | | | |
|---|------------------------------|------------------------------|-----------------------|-------|
| (A) $\frac{1}{3} + \frac{3\sqrt{3}}{2}$ | (B) $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$ | (C) $2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ | (D) $2 + \frac{5}{6}$ | (E) 3 |
|---|------------------------------|------------------------------|-----------------------|-------|

26. Als je de parabool met vergelijking $y = (x - 1)^2 + 2$ spiegelt t.o.v. de oorsprong, dan krijg je een nieuwe parabool met vergelijking

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| (A) $y = -x^2 + 2x - 3$ | (B) $y = -x^2 + 2x + 3$ |
| (C) $y = -x^2 - 2x - 3$ | (D) $y = x^2 + 2x - 1$ |
| (E) $y = x^2 - 2x - 3$ | |

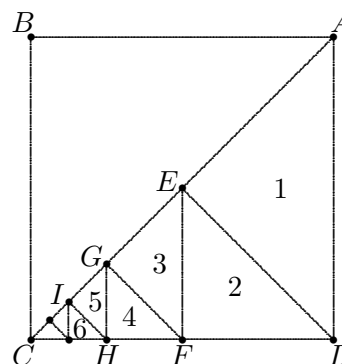
27. Iemand beschikt over drie dobbelstenen met op de zes zijvlakken telkens een letter V , W of O . Op de eerste dobbelsteen staan de letters $V - V - V - W - W - O$, op de tweede $V - V - W - W - O - O$ en op de derde $V - W - W - O - O - O$. Hij werpt één keer met de drie dobbelstenen. Hoe groot is de kans dat hij de lettercombinatie $V - W - O$ kan vormen met de drie letters die op de bovenzijde van de dobbelstenen staan?

(A) $\frac{5}{27}$	(B) $\frac{13}{54}$	(C) $\frac{7}{27}$	(D) $\frac{3}{10}$	(E) $\frac{1}{3}$
--------------------	---------------------	--------------------	--------------------	-------------------

28. Uit onze klas van 24 leerlingen zijn er 21 leerlingen lid van de zwemclub, 18 leerlingen zijn lid van de schaakclub en 10 leerlingen zijn lid van het koor. Eén enkele leerling is lid van de drie verenigingen. Hoeveel schakers uit onze klas zingen in het koor?

(A) 2	(B) 3	(C) 4
(D) 5	(E) niet te bepalen	

29. Een vierkant $ABCD$ heeft oppervlakte 1. Uit het hoekpunt D laat je de loodlijn neer op de diagonaal $[AC]$. Uit het voetpunt E laat je de loodlijn neer op de zijde $[CD]$. Men herhaalt dit zoals op de figuur tot in het oneindige. Hoe groot is de totale oppervlakte van alle driehoeken met een even nummer?



(A) $\frac{1}{6}$	(B) $\frac{3}{16}$	(C) $\frac{\sqrt{2}}{8}$	(D) $\frac{2 - \sqrt{2}}{3}$	(E) $\frac{1 + \sqrt{2}}{12}$
-------------------	--------------------	--------------------------	------------------------------	-------------------------------

30. Anna en Boris starten een wandeling met tegelijkertijd hun rechervoet op de grond. Voor elke $k+1$ stappen die Anna zet, zet Boris k (≥ 1) stappen en op de totale wandeling heeft Anna 2008 stappen meer gezet dan Boris. Hoeveel keer op die wandeling zetten ze tegelijkertijd hun linkervoet op de grond neer?

(A) 0 keer	(B) 502 keer
(C) 251 keer	(D) 8 keer
(E) Dit hangt af van de waarde van k .	