

1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 2009-2010: eerste ronde

1. Hoeveel is 25 % van 25 % van N ?

- | | | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| (A) $\frac{N}{4}$ | (B) $\frac{N}{16}$ | (C) $\frac{N}{25}$ | (D) $\frac{N}{125}$ | (E) $\frac{N}{625}$ |
|-------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|

2. Wat is de ribbe van een kubus als zijn volume 25 is?

- | | | | | |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| (A) 5 | (B) $5^{\frac{3}{4}}$ | (C) $5^{\frac{2}{3}}$ | (D) $5^{\frac{1}{2}}$ | (E) $5^{\frac{1}{3}}$ |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|

3. De oplossingen van de vergelijking $2\lambda^2 = 6 - 4\lambda$ zijn

- | |
|--|
| (A) natuurlijke getallen |
| (B) gehele getallen |
| (C) rationale getallen die geen gehele getallen zijn |
| (D) reële getallen die geen rationale getallen zijn |
| (E) geen reële getallen |

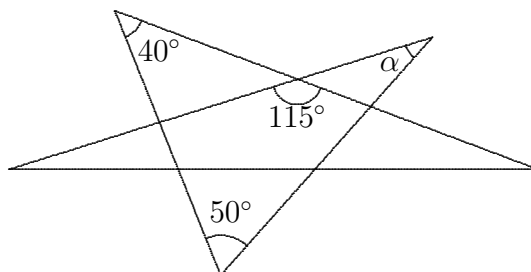
4. Madame Blanche bepaalt de koppels geluksgetallen van haar klanten als volgt. Ze vraagt de dag d en de maand m van de verjaardag van de klant en lost daarmee het volgende stelsel op:

$$\begin{cases} 11x - y = 49 \\ dx - my = 98 \end{cases}.$$

De oplossingen van dit stelsel zijn de koppels geluksgetallen. Jeroentje bezoekt Madame Blanche. Hij krijgt te horen dat hij geen enkel koppel geluksgetallen heeft. Bepaal de verjaardag van Jeroentje.

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (A) 11 januari | (B) 14 februari |
| (C) 22 februari | (D) 15 augustus |
| (E) 1 november | |

5. In een vijfpuntige ster zijn een aantal hoeken gekend. De hoek α is gelijk aan



- | | | |
|----------------|--|----------------|
| (A) 25° | (B) 30° | (C) 45° |
| (D) 60° | (E) Niet uit de gegevens af te leiden. | |

6. Als $\frac{25^{2,5}}{2,5} = 25n$, dan is n gelijk aan

- (A) 5 (B) 10 (C) 25 (D) 50 (E) 125

7. Als tiener interesseerde Egeleen zich voor alles wat met techniek en wetenschappen te maken had. Haar moeder was lerares wiskunde. Haar vrienden konden met hun persoonlijke problemen altijd bij Egeleen terecht voor een toffe babbel. Inmiddels is Egeleen 30. Welke van de volgende uitspraken is het meest waarschijnlijk?

- (A) Egeleen is wiskundige.
(B) Egeleen is wiskundige en staat in het onderwijs.
(C) Egeleen is wiskundige en behaalde een tweede diploma als psycholoog.
(D) Egeleen is wiskundige en is samenwonend.
(E) Egeleen is wiskundige en heeft een tatoeage op haar rechterschouder.

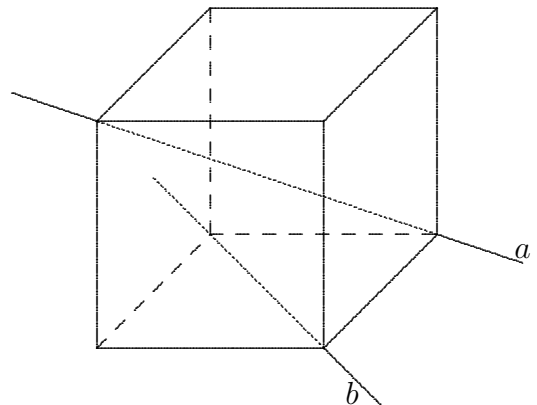
8. Op een feestje zijn er 8 jongens en een aantal meisjes aanwezig. Twee meisjes kennen precies vijf jongens en elk van de andere meisjes kent precies twee jongens. Geen enkele jongen kent meer dan drie meisjes. We gaan er van uit dat als een meisje een jongen kent, dat die jongen dan ook het meisje kent en omgekeerd. Wat is het grootst mogelijke aantal meisjes aanwezig op dat feestje?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

9. Als a en b reële getallen zijn met $ab = 66$ en $a^2b + ab^2 + a + b = 2010$, dan is $a^2 + b^2$ gelijk aan

- (A) 681 (B) 768 (C) 954 (D) 1250 (E) 1300

10. In de kubus hiernaast zijn twee rechten a en b getekend die elk door 2 hoekpunten gaan. Er geldt:



- (A) a en b zijn snijdend met een snijpunt binnen de kubus.
(B) a en b zijn snijdend met een snijpunt buiten de kubus.
(C) a en b zijn evenwijdig.
(D) a en b zijn kruisend, maar niet loodrecht kruisend.
(E) a en b zijn loodrecht kruisende rechten.

11. Lotte neemt lukraak sokken uit een lade die 2 zwarte, 3 blauwe en 4 bruine sokken bevat. Ze weet dat er in de lade 3 sokken zijn met een gat in, maar ze weet niet welke kleur die sokken hebben. Hoeveel sokken moet Lotte minstens uit de lade nemen om er zeker van te zijn dat ze 2 sokken van dezelfde kleur heeft zonder gat er in?

(A) 3	(B) 5	(C) 6	(D) 7	(E) 8
-------	-------	-------	-------	-------

12. Stel $ac < 0$. Als je de grootste oplossing van de vergelijking $ax^2 + bx + c = 0$ deelt door de kleinste oplossing van de vergelijking $cx^2 + bx + a = 0$, dan verkrijg je

(A) $\frac{c}{a}$	(B) $\frac{a}{c}$	(C) 1	(D) $\frac{c}{b}$	(E) $\frac{a}{b}$
-------------------	-------------------	-------	-------------------	-------------------

13. Marie vertrekt om 20 voor 8 op de fiets naar school en rijdt aan een constante snelheid van 12 km/u. Vader brengt met de auto haar vergeten boterhammetjes na. Zodra hij Marie onderweg ontmoet, geeft hij de boterhammetjes en keert onmiddellijk terug naar huis. Hij vertrekt om 5 voor 8 en is na 10 minuten weer thuis. Hoe groot is zijn snelheid in km/u als je aanneemt dat deze constant is?

(A) 30	(B) 36	(C) 48	(D) 60	(E) 70
--------	--------	--------	--------	--------

14. Jef beschikt over negen bladen waarop volgende uitspraken staan geschreven. Op elk blad staat juist één uitspraak.

- Links van dit blad liggen geen bladen met een valse uitspraak.
- Links van dit blad ligt juist één blad met een valse uitspraak.
- Links van dit blad liggen juist twee bladen met een valse uitspraak.
- \vdots
- Links van dit blad liggen juist acht bladen met een valse uitspraak.

Jef legt de bladen op een rij. Daardoor zijn sommige uitspraken waar en andere vals. Wat is het grootst mogelijke aantal ware uitspraken?

(A) 3	(B) 4	(C) 5	(D) 6	(E) 7
-------	-------	-------	-------	-------

15. Gegeven is een getal N van 2010 cijfers dat een negenvoud is. Noem N_1 de som van de cijfers van N , N_2 de som van de cijfers van N_1 en N_3 de som van de cijfers van N_2 . Dan is N_3 gelijk aan

(A) 9	(B) 18	(C) 27	(D) 36	(E) 45
-------	--------	--------	--------	--------

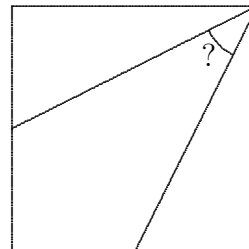
16. Mieke vermenigvuldigt alle even getallen van 1 tot en met 200. Ze vermenigvuldigt alle natuurlijke getallen van 1 tot en met 50 en deelt het eerste product door het tweede. Het resultaat deelt ze door het product van alle oneven getallen van 1 tot 100. Wat is het eindresultaat?

(A) 1	(B) 2^{50}	(C) 2^{100}	(D) 2^{150}	(E) 2^{200}
-------	--------------	---------------	---------------	---------------

17. Welke van de volgende uitspraken is waar?

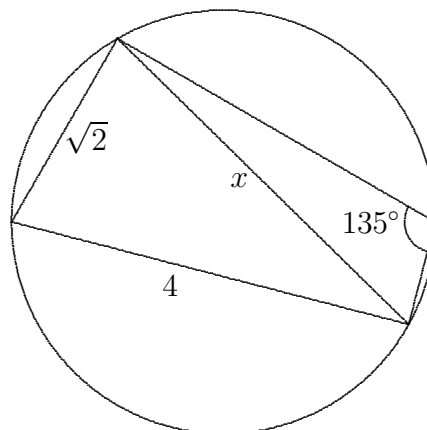
- | |
|---|
| (A) Het product van 8 opeenvolgende gehele getallen is altijd deelbaar door 25. |
| (B) Het product van 8 opeenvolgende gehele getallen is altijd deelbaar door 26. |
| (C) Het product van 8 opeenvolgende gehele getallen is altijd deelbaar door 27. |
| (D) Het product van 8 opeenvolgende gehele getallen is altijd deelbaar door 28. |
| (E) Het product van 8 opeenvolgende gehele getallen is altijd deelbaar door 29. |

18. In een vierkant verbindt men een hoekpunt met de middens van de twee niet aanliggende zijden. Wat is de sinus van de hoek tussen deze twee rechten?



- | | | | | |
|-------------------|--------------------------|-------------------|--------------------------|-------------------|
| (A) $\frac{1}{2}$ | (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | (C) $\frac{3}{5}$ | (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (E) $\frac{4}{5}$ |
|-------------------|--------------------------|-------------------|--------------------------|-------------------|

19. Bepaal x .



- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (A) $\sqrt{10}$ | (B) $\sqrt{11}$ | (C) $\sqrt{12}$ | (D) $\sqrt{13}$ | (E) $\sqrt{14}$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

20. Bij een dobbelspel gooi je met drie dobbelstenen tegelijkertijd. Hoe groot is de kans dat de som van de ogen meer is dan 10?

- | | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| (A) $\frac{72}{216}$ | (B) $\frac{81}{216}$ | (C) $\frac{102}{216}$ | (D) $\frac{108}{216}$ | (E) $\frac{114}{216}$ |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|

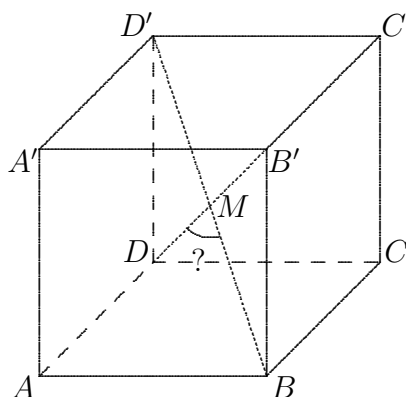
21. Bij de viering van 25 jaar VWO wordt aan acht juryleden en hun partner een feestelijke maaltijd aangeboden. Alle 16 zitten bij het diner aan één ronde tafel. Elk jurylid zit naast zijn partner. Juryleden en partners wisselen elkaar af. Verder is de schikking willekeurig. Hoe groot is de kans dat jurylid Daniël naast de partner van jurylid René zit?

(A) $\frac{1}{16}$	(B) $\frac{1}{15}$	(C) $\frac{1}{14}$	(D) $\frac{1}{7}$	(E) $\frac{1}{8}$
--------------------	--------------------	--------------------	-------------------	-------------------

22. Een massieve bol met straal 10 wordt door vier evenwijdige vlakken in vijf bolschijven met gelijke hoogte verdeeld. Wat is de totale oppervlakte van deze bolschijven?

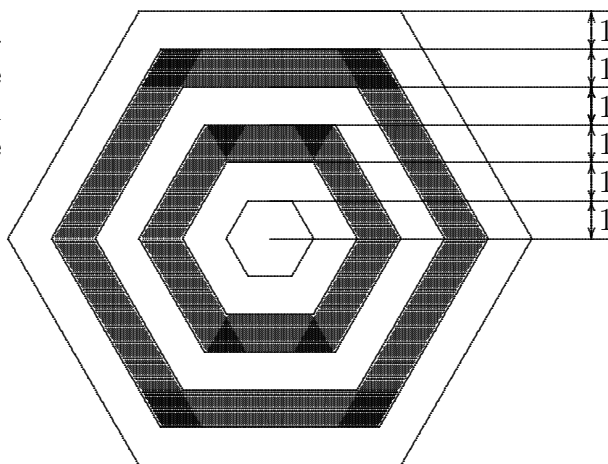
(A) 320π	(B) 640π	(C) 720π	(D) 1040π	(E) 1160π
--------------	--------------	--------------	---------------	---------------

23. De ruimtediagonalen van een kubus snijden elkaar in een punt M (zie figuur). Dan is $\tan \widehat{DMB}$ gelijk aan



(A) $-2\sqrt{2}$	(B) $-\sqrt{3}$	(C) $-\frac{1}{3}$	(D) $\sqrt{2}$	(E) $2\sqrt{2}$
------------------	-----------------	--------------------	----------------	-----------------

24. Twee grijze gebieden worden bepaald door concentrische regelmatige zeshoeken zoals in de figuur. De verhouding van de oppervlakten van het grootste tot het kleinste grijze gebied is

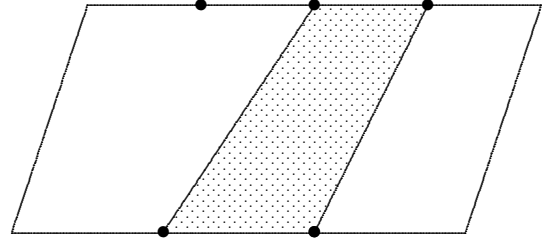


(A) 1,5	(B) $\frac{5}{3}$	(C) 1,8	(D) 2	(E) $\frac{25}{9}$
---------	-------------------	---------	-------	--------------------

25. Als $\tan^3 x + \cot^3 x = 52$, dan is $\tan x + \cot x$ gelijk aan

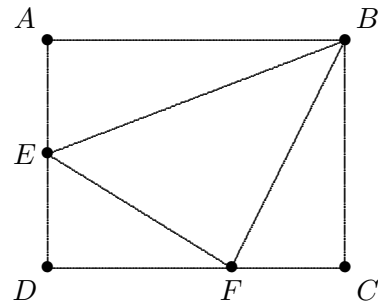
- | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|--------------------|
| (A) 1 | (B) 4 | (C) 9 | (D) 16 | (E) $\sqrt[3]{52}$ |
|-------|-------|-------|--------|--------------------|

26. Van een parallellogram wordt een zijde in 4 gelijke delen verdeeld en de overstaande zijde in 3 gelijke delen. Vier van deze verdeelpunten worden verbonden zodanig dat er trapezia ontstaan zoals in de figuur. Welk deel van het parallellogram wordt door het gearceerde trapezium ingenomen?



- | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| (A) $\frac{1}{3}$ | (B) $\frac{1}{4}$ | (C) $\frac{2}{7}$ | (D) $\frac{3}{10}$ | (E) $\frac{7}{24}$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|

27. In de rechthoek $ABCD$ ligt E op $[AD]$ en F op $[CD]$. Als $\triangle ABE$, $\triangle CFB$ en $\triangle DEF$ alle drie dezelfde oppervlakte hebben en $|FC| = 1$, dan is $|DF|$ gelijk aan



- | | | | | |
|------------------------------|--------------------|------------------------------|--------------------|--------------------|
| (A) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ | (B) $1 + \sqrt{2}$ | (C) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ | (D) $1 + \sqrt{3}$ | (E) $1 + \sqrt{5}$ |
|------------------------------|--------------------|------------------------------|--------------------|--------------------|

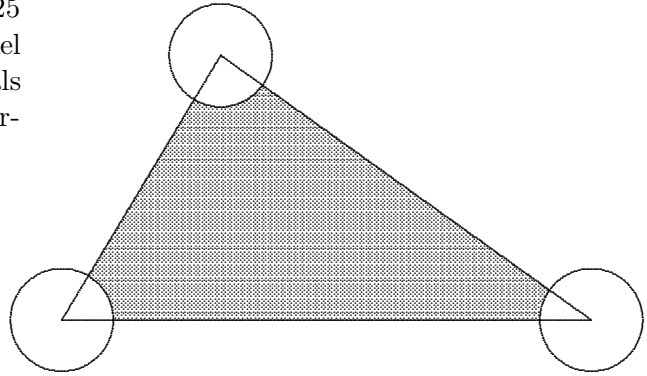
28. Het symbool Δ_a stelt de oppervlakte voor van de gelijkzijdige driehoek met zijde a . Welke van de volgende uitspraken is waar?

- | | | |
|--|--|--|
| (A) $\frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta}{3} = \frac{\Delta}{6}$ | (B) $\frac{\Delta}{3} + \frac{\Delta}{4} = \frac{\Delta}{5}$ | (C) $\frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta}{3} = \frac{\Delta}{8}$ |
| (D) $\frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta}{3} = \frac{\Delta}{4}$ | (E) $\frac{\Delta}{4} + \frac{\Delta}{5} = \frac{\Delta}{9}$ | |

29. Ten opzichte van een orthonormaal assenstelsel met oorsprong O beschouwen we de parabool $y = x^2$ en twee rechten a en b die de parabool snijden en evenwijdig zijn met de eerste coördinaatas, zodat de afstand tussen a en b gelijk is aan 1 en zodat a dichter bij de eerste coördinaatas ligt dan b . Eén van de snijpunten van de parabool en a noemen we A . Het snijpunt van de tweede coördinaatas en b noemen we B . Bepaal \widehat{OAB} .

- | | |
|---|-----------------|
| (A) 45° | (B) 60° |
| (C) 90° | (D) 120° |
| (E) Het antwoord hangt af van de ligging van a en b . | |

30. De oppervlakte van de driehoek is 25 m^2 en de oppervlakte van elke cirkel met een hoekpunt van de driehoek als middelpunt is 4 m^2 . Wat is de oppervlakte van het grijze gebied?



- | | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| (A) 13 m^2 | (B) 19 m^2 | (C) 21 m^2 | (D) 22 m^2 | (E) 23 m^2 |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|