

1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 2008-2009: eerste ronde

1. Welke van volgende sommen is gelijk aan 10?

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| (A) $4,444\dots + 5,555\dots$ | (B) $2,222\dots + 6,666\dots$ |
| (C) $3,333\dots + 7,777\dots$ | (D) $5,555\dots + 2,222\dots$ |
| (E) $9,999\dots + 1,111\dots$ | |

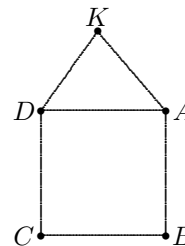
2. Voor hoeveel natuurlijke getallen n is $\frac{2009}{n}$ opnieuw een natuurlijk getal?

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 2 | (B) 3 | (C) 4 | (D) 5 | (E) 6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

3. Tijdens de koopjesperiode maakt een kledingzaak reclame met de slogan “ALLE ROKKEN -20% ”. Als een rok met een lengte van 60 cm 20% korter wordt, hoe lang is die rok dan nog?

- | | | | | |
|-----------|-------------|-----------|-----------|-------------|
| (A) 40 cm | (B) 42,5 cm | (C) 45 cm | (D) 48 cm | (E) 52,5 cm |
|-----------|-------------|-----------|-----------|-------------|

4. Vierkant $ABCD$ heeft omtrek 32. Driehoek DAK heeft omtrek 18. Wat is de omtrek van vijfhoek $ABCDK$?



- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 34 | (B) 42 | (C) 48 | (D) 50 | (E) 54 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

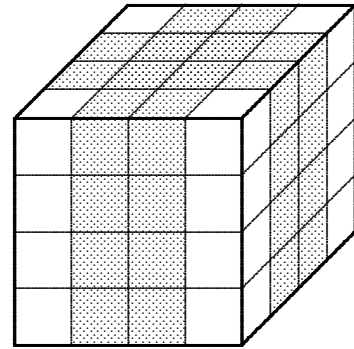
5. Je hebt vijf stukken ketting, elk bestaande uit drie schakels. Je wilt één lange, niet gesloten, ketting maken uit deze vijf stukken. Een schakel openbreken kost € 1 en een open schakel weer sluiten kost € 3. Wat is de laagst mogelijke prijs om één lange, niet gesloten, ketting te maken?

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| (A) € 12 | (B) € 15 | (C) € 16 | (D) € 18 | (E) € 20 |
|----------|----------|----------|----------|----------|

6. Voor elk natuurlijk getal n is $\frac{1}{2^{\binom{n}{50}}}$ gelijk aan

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|-----------------|
| (A) $0,5^{0,02n}$ | (B) $0,5^{0,002n}$ | (C) $2^{0,02n}$ |
| (D) $2^{\binom{50}{n}}$ | (E) $2^{-\binom{50}{n}}$ | |

7. 64 kubusjes van 1 cm^3 vormen een grote kubus met ribbe 4 cm. In de opstaande zijvlakken worden de middelste 2 stroken geschilderd en op het grond- en bovenvlak worden 2 keer 2 stroken geschilderd zoals op de figuur. Hoeveel van de 64 kubusjes krijgen geen verf?

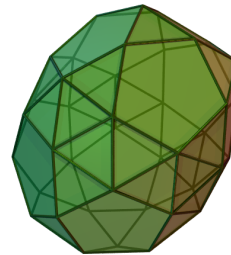


- (A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 32 (E) 40

8. Boer Teun heeft zijn hond Mirza afgericht. Als boer Teun vijf lege bakjes (in volgorde: a , b , c , d en e) naast elkaar zet, dan neemt Mirza telkens twee balletjes uit een mand en legt daarvan één bal in elk van twee aanpalende bakjes. Nadat Mirza dit kunstje een aantal keren heeft uitgevoerd, bevinden zich twee balletjes in a , drie balletjes in b , vier balletjes in c en vijf balletjes in d . Hoeveel balletjes bevinden zich in e ?

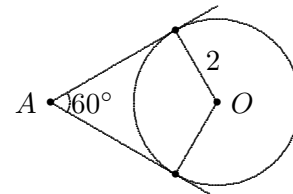
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

9. De verdraaide vijfhoekige birotonde is een lichaam dat bestaat uit 12 regelmatige vijfhoeken en 40 gelijkzijdige driehoeken. Hoeveel ribben heeft dit lichaam?



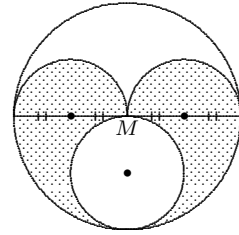
- (A) 54 (B) 72 (C) 90 (D) 108 (E) 180

10. Vanuit een punt A zie je een cirkel met straal 2 en middelpunt O onder een hoek van 60° . De afstand van O tot A is gelijk aan



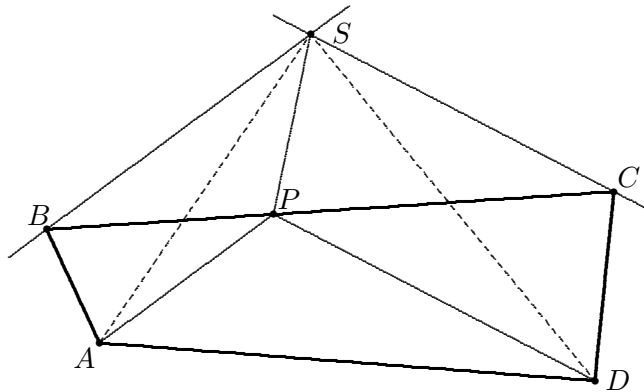
- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) 3 (D) 4 (E) 5

11. Binnen een cirkel met middelpunt M en omtrek gelijk aan $\frac{k}{2\pi}$, construeert men met passer en liniaal de nevenstaande figuur. Hoe groot is de oppervlakte van het gearceerde gedeelte?



- | | | | | |
|---------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|---------------------------|
| (A) $\frac{k^2}{32\pi^3}$ | (B) $\frac{k^2}{16\pi^2}$ | (C) $\frac{k^2}{16\pi}$ | (D) $\frac{k^2}{32\pi^2}$ | (E) $\frac{k^2}{16\pi^3}$ |
|---------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|---------------------------|

12. In een convexe vierhoek $ABCD$ kiest men op $[BC]$ een willekeurig punt P (zie figuur). Door B trekt men de evenwijdige aan AP en door C trekt men de evenwijdige aan DP . Het snijpunt van deze rechten noemt men S .



De verhouding van de oppervlakte van driehoek ASD tot de oppervlakte van vierhoek $ABCD$ is gelijk aan

- | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------|-------------------|
| (A) $\frac{1}{3}$ | (B) $\frac{1}{2}$ | (C) $\frac{3}{5}$ | (D) 1 | (E) $\frac{5}{4}$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------|-------------------|

13. Als $\phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$, dan is $\phi^5 - 5\phi$ gelijk aan

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 5 | (E) 8 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

14. In een halve bol past precies een andere halve bol, op een manier zoals op de figuur aangegeven. Wat is de verhouding van de inhoud van de grote halve bol tot die van de kleine halve bol?

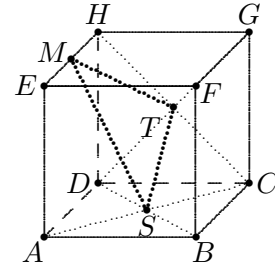


- | | | | | |
|----------------|-------|-----------------|-------|-----------|
| (A) $\sqrt{2}$ | (B) 2 | (C) $2\sqrt{2}$ | (D) 3 | (E) π |
|----------------|-------|-----------------|-------|-----------|

15. Als je van de vier getallen $a = 2^{666}$, $b = 3^{444}$, $c = 5^{333}$, $d = 6^{222}$ het grootste en het kleinste weglaat, dan blijven de volgende twee getallen over:

(A) a en b (B) a en c (C) a en d (D) b en c (E) b en d

16. In de getekende kubus is M het midden van de ribbe $[EH]$, S het snijpunt van DB en AC en T het snijpunt van DG en CH .



Welke van de volgende beweringen is waar?

- (A) Driehoek MST is gelijkbenig, maar niet rechthoekig.
 (B) Driehoek MST is rechthoekig, maar niet gelijkbenig.
 (C) Driehoek MST is gelijkzijdig.
 (D) Driehoek MST is gelijkbenig en rechthoekig.
 (E) Driehoek MST is niet gelijkbenig en niet rechthoekig.

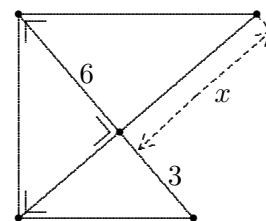
17. In mijn straat staan er maar langs één kant huizen met huisnummers $1, 2, 3, \dots$. De som van alle huisnummers kleiner dan mijn huisnummer is gelijk aan de som van alle huisnummers groter dan mijn huisnummer. Het verband tussen mijn huisnummer x en het aantal huizen y in mijn straat is

- (A) $y^2 + y = x^2$ (B) $y^2 - y = x^2$ (C) $y^2 + 2y = x^2$
 (D) $y^2 - y = 2x^2$ (E) $y^2 + y = 2x^2$

18. De oplossingenverzameling in \mathbb{R} van $|x + 3| < |3 - x|$ is

- (A) $] -3, 0[$ (B) $] -\infty, -3[$ (C) \mathbb{R}
 (D) $] -\infty, 0[$ (E) $] 0, +\infty[$

19. Bepaal x .



- (A) $3\sqrt{2}$ (B) 9 (C) $6\sqrt{2}$ (D) 5 (E) 10

20. De vergelijking $a^2x^2 + ax + 2 = 0$ heeft voor elk reëel getal a

- (A) 0 reële oplossingen.
(B) 1 reële oplossing.
(C) 2 reële oplossingen.
(D) oneindig veel reële oplossingen.
(E) een aantal reële oplossingen dat afhangt van a .

21. Twee snijdende cirkels c_1 en c_2 hebben een gemeenschappelijke koorde $[AB]$ en cirkel c_1 gaat door het middelpunt van c_2 . De raaklijn in A aan c_1 snijdt c_2 in een tweede punt S . Dan is

- (A) $|AS| = \frac{1}{2}|AB|$ (B) $\frac{1}{2}|AB| < |AS| < \frac{3}{4}|AB|$
(C) $\frac{3}{4}|AB| \leq |AS| < |AB|$ (D) $|AS| = |AB|$
(E) $|AS| > |AB|$

22. Eén van de gezondheidsindicatoren die tegenwoordig zeer veel in het nieuws komen is de Body Mass Index:

$$\text{BMI} = \frac{\text{Gewicht persoon in kg}}{(\text{Lengte persoon in m})^2}$$

Onlangs werden topmodellen geweigerd omdat hun BMI kleiner was dan 18. Hoeveel moet een topmodel van 1,80 m en 54,32 kg verzwaren om niet te worden geweigerd?

- (A) 3,00 kg (B) 3,50 kg (C) 4,00 kg (D) 4,50 kg (E) 5,00 kg

23. De rest bij deling van $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2009}$ door 13 is gelijk aan

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

24. Drie leerlingen doen een uitspraak over een driehoek:

- Kwik: “De driehoek is rechthoekig en gelijkzijdig.”
- Kwek: “De driehoek is stomphoekig en gelijkzijdig.”
- Kwak: “De driehoek is rechthoekig en gelijkbenig.”

Wie heeft er zeker een foute uitspraak gedaan?

- (A) Niemand
(B) Kwik, Kwek en Kwak
(C) Alleen Kwak en Kwik
(D) Alleen Kwek en Kwak
(E) Alleen Kwik en Kwek

25. Als de reële getallen x en y voldoen aan $2^x = 17$ en $17^y = 32$, dan is xy gelijk aan

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

26. Een zeshoek heeft twee overstaande rechte hoeken. De andere hoeken zijn gelijk. Als alle zijden dezelfde lengte z hebben, wat is dan de oppervlakte van deze zeshoek?

(A) $z^2\sqrt{2}$	(B) $\frac{3}{2}z^2$	(C) $2z^2$
(D) $z^2(1 + \sqrt{2})$	(E) $2z^2\sqrt{2}$	

27. Een driehoek heeft zijden 3, 7 en 8. Bepaal de sinus van de stompe hoek.

(A) $-\frac{1}{7}$	(B) $\frac{1}{2}$	(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	(D) $\frac{3\sqrt{3}}{14}$	(E) $\frac{4\sqrt{3}}{7}$
--------------------	-------------------	--------------------------	----------------------------	---------------------------

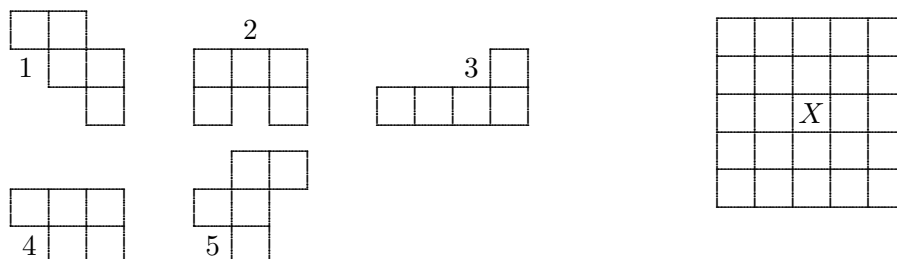
28. Gegeven is het stelsel met reële onbekenden x en y :

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 49 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

Het aantal oplossingen (x, y) is

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 4	(E) oneindig
-------	-------	-------	-------	--------------

- 29.



Als men deze vijf puzzelstukken samenlegt tot ze een vierkant van 5 op 5 vierkantjes vormen, tot welk puzzelstuk behoort dan het middelste vierkantje?

(A) 1	(B) 2	(C) 3	(D) 4	(E) 5
-------	-------	-------	-------	-------

30. Een klein muntstuk met straal r rolt zonder glijden rond een groot muntstuk met straal R dat niet beweegt. De straal R is een geheel veelvoud van r . Het klein muntstuk maakt hierbij een volledige omwenteling rond het groot muntstuk. Het aantal keer dat het klein muntstuk dan volledig om zijn middelpunt is gedraaid, is gelijk aan

(A) $1 + \frac{R}{r}$	(B) $\frac{R}{r}$	(C) $\frac{R+r}{R-r}$	(D) $\frac{2rR}{r+R}$	(E) 1
-----------------------	-------------------	-----------------------	-----------------------	-------