

# 1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 2005-2006: eerste ronde

1.

$$\sqrt{11\sqrt[3]{11}} =$$

- |                        |                        |                         |                        |                        |
|------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|
| (A) $11^{\frac{2}{3}}$ | (B) $11^{\frac{5}{6}}$ | (C) $11^{\frac{1}{12}}$ | (D) $11^{\frac{1}{4}}$ | (E) $11^{\frac{1}{6}}$ |
|------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|

2. Als  $a$  en  $b$  twee verschillende reële getallen verschillend van 0 zijn en  $\frac{1}{x} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a}$ , dan is  $x$  gelijk aan

- |             |                      |                                 |                      |                   |
|-------------|----------------------|---------------------------------|----------------------|-------------------|
| (A) $a - b$ | (B) $\frac{a+b}{ab}$ | (C) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ | (D) $\frac{ab}{b-a}$ | (E) $\frac{a}{b}$ |
|-------------|----------------------|---------------------------------|----------------------|-------------------|

3. De richtingscoëfficiënt van de rechte door de punten  $(b, a^2)$  en  $(a, b^2)$  met  $a \neq b$ , is

- |             |       |             |             |              |
|-------------|-------|-------------|-------------|--------------|
| (A) $a + b$ | (B) 2 | (C) $a - b$ | (D) $b - a$ | (E) $-a - b$ |
|-------------|-------|-------------|-------------|--------------|

4. De hoogtelijn verdeelt de rechte hoek van een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden 3 en 4 in twee hoeken  $\alpha$  en  $\beta$ . Dan is  $\cos \alpha + \cos \beta$  gelijk aan

- |                |                            |         |          |         |
|----------------|----------------------------|---------|----------|---------|
| (A) $\sqrt{2}$ | (B) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ | (C) 1,2 | (D) 1,25 | (E) 1,4 |
|----------------|----------------------------|---------|----------|---------|

5. Als  $\alpha$  een hoek van een regelmatige driehoek is,  $\alpha + \beta$  van een regelmatige vierhoek,  $\alpha + \beta + \gamma$  van een regelmatige vijfhoek,  $\alpha + \beta + \gamma + \delta$  van een regelmatige zeshoek en  $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon$  van een regelmatige zevenhoek, dan voldoet  $\varepsilon$  aan

- |  |   |                                       |
|--|---|---------------------------------------|
| (A) $6^\circ < \varepsilon < 7^\circ$  | (B) $7^\circ < \varepsilon < 8^\circ$   | (C) $8^\circ < \varepsilon < 9^\circ$ |
| (D) $9^\circ < \varepsilon < 10^\circ$ | (E) $10^\circ < \varepsilon < 11^\circ$ |                                       |

6. De grafiek van de parabool met vergelijking  $y = mx^2 + 2x + m$  ligt volledig onder de  $x$ -as als en slechts als

- |               |             |                  |
|---------------|-------------|------------------|
| (A) $m < -1$  | (B) $m < 0$ | (C) $-1 < m < 0$ |
| (D) $ m  > 1$ | (E) $m > 1$ |                  |

7. Wat is de som van de laatste twee cijfers van de uitkomst van

$$1! + 2! + 3! + \dots + 2004! + 2005! + 2006!$$

- |       |       |       |       |        |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| (A) 0 | (B) 4 | (C) 6 | (D) 8 | (E) 10 |
|-------|-------|-------|-------|--------|

8. Als het getal 2006 wordt geschreven als het product van twee natuurlijke getallen  $x$  en  $y$  die beide twee cijfers hebben, dan is  $x + y$  gelijk aan

- |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 26 | (B) 59 | (C) 76 | (D) 90 | (E) 93 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

9.

$$(3 \cdot 10^{-7}) : (6 \cdot 10^{-3}) =$$

- |                       |           |                    |                                  |                                 |
|-----------------------|-----------|--------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| (A) $5 \cdot 10^{-5}$ | (B) 0,005 | (C) $5 \cdot 10^4$ | (D) $\frac{1}{2} \cdot 10^{-21}$ | (E) $\frac{1}{2} \cdot 10^{10}$ |
|-----------------------|-----------|--------------------|----------------------------------|---------------------------------|

10. Een kraan lekt één druppel per seconde; 75 druppels zijn gelijk aan 15 ml en  $1\text{m}^3$  water kost 2,50 euro. Wat zal ongeveer de meerkost zijn na 1 jaar voor die lekkende kraan?

- |                |                 |                  |
|----------------|-----------------|------------------|
| (A) 2 eurocent | (B) 20 eurocent | (C) 160 eurocent |
| (D) 16 euro    | (E) 160 euro    |                  |

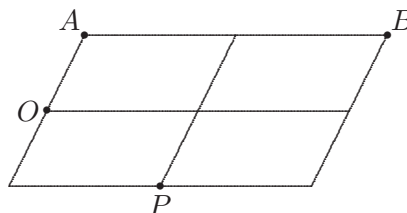
11. De oplossingenverzameling van het stelsel

$$\begin{cases} |x - 2| = 2 - x \\ |x + 2| = x + 2 \end{cases} \text{ is}$$

- |             |                 |               |                 |                                      |
|-------------|-----------------|---------------|-----------------|--------------------------------------|
| (A) $\{2\}$ | (B) $\{-2, 2\}$ | (C) $[-2, 2]$ | (D) $] - 2, 2[$ | (E) $\mathbb{R} \setminus ] - 2, 2[$ |
|-------------|-----------------|---------------|-----------------|--------------------------------------|

12. In het vlak met oorsprong  $O$  beschouwen we een parallellogram verdeeld in vier congruente parallellogrammen (zie figuur).

De vector  $\vec{P}$  ( $= \overrightarrow{OP}$ ) is gelijk aan



- |                                      |  |  |
|--------------------------------------|--|--|
| (A) $-\vec{A} - \vec{B}$             | (B) $-\vec{A} - \frac{1}{2}\vec{B}$            | (C) $-\frac{1}{2}\vec{A} - \frac{1}{2}\vec{B}$ |
| (D) $-2\vec{A} + \frac{1}{2}\vec{B}$ | (E) $-\frac{3}{2}\vec{A} + \frac{1}{2}\vec{B}$ |  |

13. Als

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$$

dan is

$$f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(99)$$

- |       |        |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 5 | (B) 10 | (C) 15 | (D) 20 | (E) 33 |
|-------|--------|--------|--------|--------|

14. Als  $a + b = 45^\circ$  met  $0 < a < 45^\circ$  dan is  $(1 + \tan a)(1 + \tan b)$  gelijk aan

- |       |                          |                |                          |       |
|-------|--------------------------|----------------|--------------------------|-------|
| (A) 1 | (B) $\frac{1}{\cos^2 a}$ | (C) $\tan^2 a$ | (D) $\frac{1}{\sin^2 a}$ | (E) 2 |
|-------|--------------------------|----------------|--------------------------|-------|

15. De som van de kwadraten van twee opeenvolgende oneven getallen  $n$  is

- (a) altijd een veelvoud van 4
- (b) nooit een veelvoud van 4
- (c) soms een veelvoud van 5
- (d) nooit een veelvoud van 5
- (e) soms een veelvoud van 6

Hoeveel van deze uitspraken zijn waar?

- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

16. Men wil een volle trappenpiramide bouwen met kubusvormige blokken. Eerst legt men een laag in de vorm van een vierkant; elke volgende laag heeft ook de vorm van een vierkant met in elke zijde één blok minder. Men beschikt over 380 blokken en kan daarmee precies acht volledige lagen leggen.

Hoeveel blokken zijn er nu nog nodig om de piramide volledig te construeren?

- |       |       |        |        |        |
|-------|-------|--------|--------|--------|
| (A) 1 | (B) 5 | (C) 10 | (D) 14 | (E) 51 |
|-------|-------|--------|--------|--------|

17. Hoeveel even natuurlijke getallen  $n$  bestaan er waarvoor  $2^n + 1$  deelbaar is door 3?

- |       |                   |       |
|-------|-------------------|-------|
| (A) 0 | (B) 1             | (C) 2 |
| (D) 3 | (E) oneindig veel |       |

18. Welk van volgende vierkanten kan niet verdeeld worden in vier congruente gebieden bestaande uit aaneensluitende vierkanten zodat in elk gebied evenveel kruisjes liggen? Opmerking: 2 vierkanten zijn aaneensluitend als ze een zijde gemeenschappelijk hebben.

(A)	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>×</td><td></td><td></td><td>×</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>×</td></tr> <tr><td>×</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td>×</td><td>×</td><td>×</td></tr> </table>	×			×				×	×				×	×	×	×	(B)	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td></td><td>×</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>×</td><td>×</td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td>×</td><td>×</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>×</td><td>×</td></tr> </table>		×				×	×		×	×	×				×	×	(C)	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>×</td><td>×</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td></td><td>×</td><td>×</td></tr> <tr><td>×</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>×</td><td>×</td></tr> </table>	×	×			×		×	×	×						×	×
×			×																																																		
			×																																																		
×																																																					
×	×	×	×																																																		
	×																																																				
	×	×																																																			
×	×	×																																																			
		×	×																																																		
×	×																																																				
×		×	×																																																		
×																																																					
		×	×																																																		
(D)	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td>×</td></tr> <tr><td></td><td>×</td><td>×</td><td>×</td></tr> <tr><td></td><td>×</td><td>×</td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td></td><td></td><td>×</td></tr> </table>				×		×	×	×		×	×		×			×	(E)	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>×</td><td>×</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td>×</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td>×</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>×</td><td>×</td><td></td><td></td></tr> </table>	×	×			×	×			×	×			×	×																				
			×																																																		
	×	×	×																																																		
	×	×																																																			
×			×																																																		
×	×																																																				
×	×																																																				
×	×																																																				
×	×																																																				

19.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  zijn vier verschillende cijfers, zo gekozen dat volgende som geldt

$$\begin{array}{r}
 a \\
 a \quad b \\
 a \quad b \quad c \\
 + \quad a \quad b \quad c \quad d \\
 \hline
 2 \quad 0 \quad 0 \quad 6
 \end{array}$$

$c$  is gelijk aan

(A) 0	(B) 1	(C) 5	(D) 6	(E) 8
-------	-------	-------	-------	-------

20. Een vierhoek  $ABCD$  met diagonalen  $|AC| = 9$  en  $|BD| = 12$  heeft de eigenschap dat de vier cirkels die telkens een zijde van de vierhoek als middellijn hebben door één punt gaan. Bepaal de oppervlakte van de vierhoek.

(A) 36	(B) 48	(C) 54	(D) 72	(E) 108
--------	--------	--------	--------	---------

21. Wat is het product van alle reële oplossingen van de vergelijking

$$|x - 1|^2 - 2|x - 1| - 8 = 0?$$

(A) -15	(B) -8	(C) -3	(D) 5	(E) 2
---------	--------	--------	-------	-------

22. Bij deling van de veelterm  $ax^3 - 2x^2 + bx - 4$  door  $x - 2$  is de rest 2 en bij deling door  $x - 3$  is de rest 14. Bepaal de rest bij deling door  $x - 1$ .

(A) -12	(B) -2	(C) 2
(D) 12	(E) geen van de vorige	

23. Welk getal komt niet voor in de rij 1, 6, 4, 9, 7, ... die ontstaat door afwisselend 5 op te tellen en 2 af te trekken?

(A) 3333      (B) 4444      (C) 5555      (D) 6666      (E) 7777

24. Welke van deze vijf vergelijkingen heeft een rationaal getal als oplossing?

(A)  $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$       (B)  $3x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$   
(C)  $4x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$       (D)  $5x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$   
(E)  $6x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$

25. Hoeveel reële matrices van de vorm

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & c \\ c & d & c & b \\ d & c & b & a \end{bmatrix}$$

waarvoor het product van de elementen van elke rij, van elke kolom en van elk van beide diagonalen gelijk is aan 1, bestaan er?

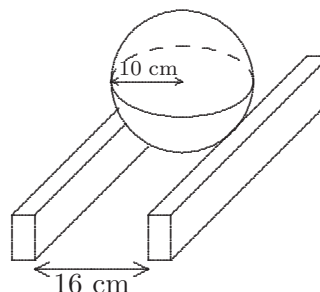
(A) 1      (B) 2      (C) 4      (D) 8      (E) 16

26. Eén van volgende getallen is gelijk aan  $2006^7$ . Welk?

(A) 8410201561157141011346      (B) 59645214377360885012218  
(C) 128398001124342127215216      (D) 130712313323533837463936  
(E) 132771121369652210130124

27. Een bowlingbal met straal 10 cm rolt over een spoor van twee evenwijdige balken die 16 cm uit elkaar liggen.

Hoe dikwijls draait, bij benadering, de bowlingbal rond zijn as om 30 m af te leggen?



(A) 27 keer      (B) 37 keer      (C) 48 keer      (D) 80 keer      (E) 239 keer

28. Een cirkel met middelpunt  $A$  en straal  $r$  snijdt van een gelijkzijdige driehoek  $ABC$  met oppervlakte 1, de helft af. De straal  $r$  is dan gelijk aan

(A) $\frac{3}{2\pi}$	(B) $\sqrt{\frac{3}{2\pi}}$	(C) $\frac{3}{\pi}$	(D) $\sqrt{\frac{3}{\pi}}$	(E) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$
----------------------	-----------------------------	---------------------	----------------------------	----------------------------

29. Hoeveel percent van de oppervlakte van een rechthoekige driehoek met zijden 3, 4 en 5 ligt tussen de hoogtelijn en de zwaartelijn vanuit de rechte hoek?

(A) 10%	(B) 12%	(C) 14%	(D) 15%	(E) 20%
---------	---------	---------	---------	---------

30. Een kubus wordt gesneden door een vlak dat door de middens  $A$ ,  $B$ ,  $C$  van drie ribben gaat (zie figuur).  
Welke van de volgende is de juiste doorsnede?

