

# 1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 2004-2005: eerste ronde

De eerste ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringsysteem werkt als volgt: per goed antwoord krijgt de deelnemer 5 punten, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 1 punt en een foutief antwoord wordt als 0 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 3 uur.

1. Als  $\frac{x}{y} = 4$ ,  $x \cdot y = 9$  en  $x \geq 0$ , dan is  $(x, y)$  gelijk aan

(A) (4, 1)	(B) (8, 2)	(C) (3, 3)	(D) (9, 1)	(E) $(6, \frac{3}{2})$
------------	------------	------------	------------	------------------------

2.  $\sqrt[3]{3^3 + 3^3 + 3^3}$  is gelijk aan

(A) $\sqrt[3]{3}$	(B) $3\sqrt[3]{2}$	(C) 3	(D) $3\sqrt[3]{3}$	(E) 9
-------------------	--------------------	-------	--------------------	-------

3. In het getal 1632475 worden drie cijfers geschrapt zodat het resultaat een zo klein mogelijk getal van vier cijfers is. Wat is het kleinste cijfer dat wordt geschrapt?

(A) 1	(B) 2	(C) 3	(D) 4	(E) 5
-------	-------	-------	-------	-------

4. De natuurlijke getallen tot en met 200 worden achter elkaar geschreven:

012345678910111213141516...199200.

Hoeveel groepjes "12" (d.w.z. het cijfer 1 gevolgd door het cijfer 2) komt men tegen?

(A) 10	(B) 11	(C) 12	(D) 13	(E) 14
--------	--------	--------	--------	--------

5. Henk dacht dat het toegelaten is in een breuk zomaar gelijke cijfers in teller en noemer te schrappen. Op een toets schreef hij volgende vijf uitspraken. Als bij wonder is er slechts één foutief. Welke?

(A) $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$	(B) $\frac{19}{95} = \frac{1}{5}$	(C) $\frac{26}{65} = \frac{2}{5}$	(D) $\frac{49}{98} = \frac{4}{8}$	(E) $\frac{58}{87} = \frac{5}{7}$
-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------

6. Jan liegt altijd op maandag, dinsdag en woensdag en niet op de overige dagen. Piet liegt altijd op donderdag, vrijdag en zaterdag en niet op de overige dagen. Op een dag zegt Jan tegen Piet: "Morgen zal ik liegen." Piet reageert: "Morgen zal ik ook liegen." Op welke dag vond dit gesprek plaats?

(A) woensdag	(B) donderdag	(C) vrijdag
(D) zaterdag	(E) zondag	

7. In ons land is 20% van de meisjes van nature blond. Toch heeft 40% blond haar. Welk percentage van de meisjes die niet van nature blond zijn, laat zich blonderen?

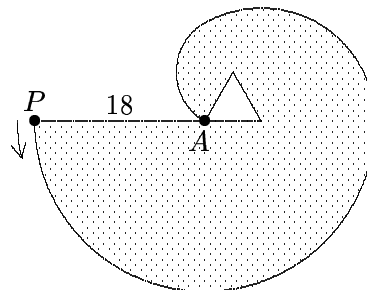
(A) 16%      (B) 20%      (C) 25%      (D) 40%      (E) 50%

8. Als je weet dat  $x^2 + y^2 = 225$  en  $x^2 - y^2 = 63$ , hoe groot is dan  $|x| - |y|$ ?

(A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7

9. Een touw met lengte 18 wordt aan een hoekpunt  $A$  van een gelijkzijdige driehoek vastgemaakt en gespannen volgens de richting van een zijde (zie figuur).

Het andere uiteinde  $P$  wordt rond de driehoek gewenteld in de zin van de pijl op de figuur. Nu komt het zo uit dat na de eerste omwenteling  $P$  precies in  $A$  terechtkomt. Tijdens die omwenteling bestrijkt het gespannen touw een gebied (zie arcering) waarvan de oppervlakte gelijk is aan



(A)  $144\pi$       (B)  $168\pi$       (C)  $180\pi$       (D)  $216\pi$       (E)  $222\pi$

10. Met de functies  $f : x \mapsto x^2$  en  $g : x \mapsto \sqrt{x}$  construeert men vijf nieuwe functies:

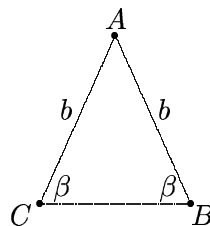
$$\frac{f}{g} : x \mapsto \frac{f(x)}{g(x)}; \quad f \circ g : x \mapsto f(g(x)); \quad f \cdot g : x \mapsto f(x) \cdot g(x);$$

$$g \circ f : x \mapsto g(f(x)); \quad \frac{g}{f} : x \mapsto \frac{g(x)}{f(x)}$$

Twee van deze vijf functies hebben hetzelfde domein. Twee andere functies hebben ook hetzelfde domein. Welke is de overblijvende functie?

(A)  $\frac{f}{g}$       (B)  $f \circ g$       (C)  $f \cdot g$       (D)  $g \circ f$       (E)  $\frac{g}{f}$

11. De gelijkbenige driehoek  $ABC$  (zie figuur) heeft een oppervlakte die gelijk is aan

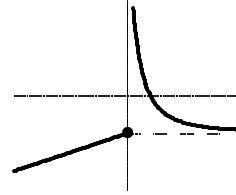


(A)  $b^2 \sin \beta \cdot \cos \beta$       (B)  $\frac{1}{2}b^2 \sin \beta \cdot \cos \beta$       (C)  $\frac{1}{2}b^2$   
 (D)  $b^2 \tan \beta$       (E)  $b^2 \cos^2 \beta$

12. De rest bij deling van 5555...555 (2005 cijfers 5) door 6 is gelijk aan

- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

13. Zie hier de grafiek van een functie  $y = f(x)$ .  
Welke van de volgende grafieken is de grafiek van de  
functie  $y = \frac{1}{f(x)}$ ?



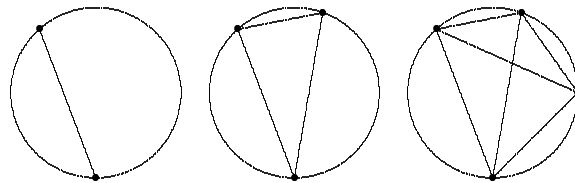
<p>(A) </p> <p>(C) </p>	<p>(B) </p> <p>(D) </p>
<p>(E) </p>	

14. Als je op een cirkel 2 punten plaatst die je verbindt, dan wordt de schijf verdeeld in 2 gebieden.

Als je op een cirkel 3 punten plaatst die je verbindt, dan wordt de schijf verdeeld in 4 gebieden.

Als je op een cirkel 4 punten plaatst die je verbindt, dan wordt de schijf verdeeld in 8 gebieden.

Wat is het grootste aantal gebieden waarin een schijf kan worden verdeeld als je op een cirkel 6 punten plaatst en onderling met elkaar verbindt?



- |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 29 | (B) 30 | (C) 31 | (D) 32 | (E) 33 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

15. Hoeveel van de volgende vijf uitdrukkingen in een rechthoekige driehoek met scherpe hoeken  $\hat{B}$  en  $\hat{C}$  zijn gelijk aan 1?

$$\sin^2(\hat{B} + \hat{C}) \quad \sin^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{C} \quad (\sin \hat{B} + \sin \hat{C})^2$$

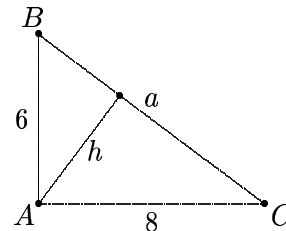
$$\cos^2(\hat{B} + \hat{C}) \quad \cos^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{C}$$

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) geen enkele

16. Als  $a, b, c > 0$  en  $a^2 + b^2 = c^2$ , dan is

- (A)  $a + b > c$  en  $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\} : a^n + b^n < c^n$   
 (B)  $a + b > c$  en  $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\} : a^n + b^n > c^n$   
 (C)  $a + b = c$  en  $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\} : a^n + b^n = c^n$   
 (D)  $a + b < c$  en  $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\} : a^n + b^n < c^n$   
 (E)  $a + b < c$  en  $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\} : a^n + b^n > c^n$

17. Gegeven is de rechthoekige driehoek  $ABC$  waarbij 6 en 8 de lengten zijn van de twee rechthoekszijden,  $a$  de lengte van de schuine zijde en  $h$  de hoogte uit de rechte hoek  $\hat{A}$  (zie figuur).



Hoe groot is  $\frac{a}{h}(\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C})$ ?

- (A) 3      (B) 4      (C) 4,8      (D) 5      (E) 6

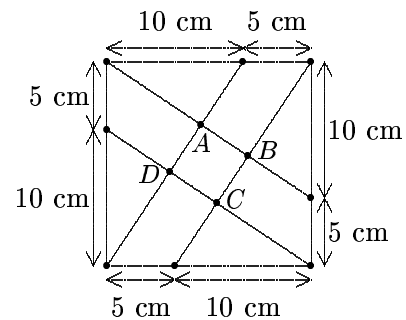
18. Voor een kinderfeest maken twee vrijwilligers chocolademelk. De ene maakt 12 liter met een chocoladegehalte van 10%. De andere maakt 5 liter met een chocoladegehalte van 25%. Omdat de ene drank te flauw en de andere te sterk smaakt, besluiten ze de twee soorten te mengen zodat het chocoladegehalte 15% is. Hoeveel liter, met een gehalte van 15%, kunnen ze dan maximaal maken?

- (A) 14      (B) 15      (C) 15,5      (D) 16      (E) 17

19.  $(6!) \cdot (7!)$  is gelijk aan

- (A)  $10!$       (B)  $11!$       (C)  $12!$       (D)  $13!$       (E)  $42!$

20. In een vierkant met een zijde van 15 cm wordt een vierkant  $ABCD$  geconstrueerd zoals in de figuur. De verhouding van de oppervlakte van het vierkant  $ABCD$  tot de oppervlakte van het grote vierkant is



- (A)  $\frac{1}{9}$       (B)  $\frac{1}{10}$       (C)  $\frac{1}{11}$       (D)  $\frac{1}{12}$       (E)  $\frac{1}{13}$

21.  $\frac{3^{2006}}{2^{2004} + 3^{2005}}$  is een getal dat ligt tussen

- |            |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| (A) 0 en 1 | (B) 1 en 2 | (C) 2 en 3 | (D) 3 en 5 | (E) 5 en 9 |
|------------|------------|------------|------------|------------|

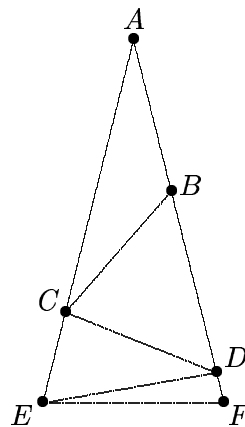
22. De totale oppervlakte van een regelmatige vierzijdige piramide waarvan alle ribben even lang zijn, is gelijk aan  $16(1 + \sqrt{3})$ . De inhoud van deze piramide is dan gelijk aan

- |                    |                            |                            |                    |                           |
|--------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------|---------------------------|
| (A) $\frac{32}{3}$ | (B) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ | (C) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ | (D) $\frac{16}{3}$ | (E) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ |
|--------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------|---------------------------|

23. De buitenhoeken  $\hat{A}_2$ ,  $\hat{B}_2$  en  $\hat{C}_2$  van een driehoek verhouden zich zoals 2, 3 en 4. De binnenhoeken  $\hat{A}_1$ ,  $\hat{B}_1$  en  $\hat{C}_1$  verhouden zich dan als

- |               |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| (A) 4, 3 en 2 | (B) 6, 4 en 5 | (C) 7, 4 en 1 | (D) 7, 6 en 5 | (E) 5, 3 en 1 |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|

24. Een stelling die de vorm heeft van een gelijkbenige driehoek  $AEF$  met tophoek  $\hat{A}$  wordt ondersteund door vier balken  $[BC]$ ,  $[CD]$ ,  $[DE]$  en  $[EF]$  (zie figuur) waarbij  $|AB| = |BC| = |CD| = |DE| = |EF|$ .  
Hoe groot is de tophoek?

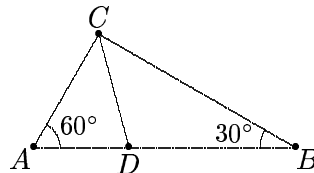


- |               |                |                |                |                |
|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| (A) $9^\circ$ | (B) $10^\circ$ | (C) $15^\circ$ | (D) $20^\circ$ | (E) $30^\circ$ |
|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|

25. Op een auditie worden enkel trio's en kwartetten toegelaten. Voor de auditie van een trio worden twee minuten voorzien. Voor de auditie van een kwartet worden drie minuten voorzien. Hoeveel muzikanten kunnen er maximaal auditie doen op 15 minuten?

- |        |        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 18 | (B) 19 | (C) 20 | (D) 21 | (E) 22 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

26. Driehoek  $ABC$  heeft hoeken gelijk aan  $60^\circ$ ,  $30^\circ$  en  $90^\circ$  (als in de figuur).  $[CD]$  is de binnenbissectrice van de hoek  $\hat{C}$  ( $= 90^\circ$ ). De verhouding  $\frac{|AD|}{|AC|}$  is

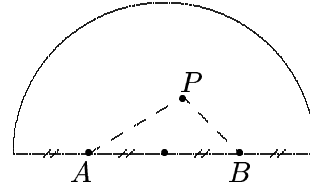


- |       |                    |                   |                          |                              |
|-------|--------------------|-------------------|--------------------------|------------------------------|
| (A) 1 | (B) $\sqrt{3} - 1$ | (C) $\frac{1}{2}$ | (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | (E) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ |
|-------|--------------------|-------------------|--------------------------|------------------------------|

27. Een vierhoek heeft hoeken  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $90^\circ$  in deze volgorde. De verhouding van de kleinste tot de grootste diagonaal is

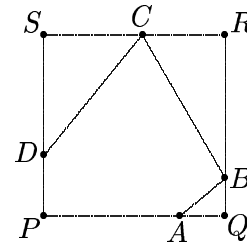
- |                   |                          |                          |                          |       |
|-------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------|
| (A) $\frac{1}{2}$ | (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | (E) 1 |
|-------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------|

28. Een middellijn van een halve cirkel verdeelt men in vier gelijke delen. Twee verdeelpunten  $A$  en  $B$  (zie figuur) beschouwt men als twee hoekpunten van een driehoek  $PAB$ . Als men dat derde punt  $P$  kiest binnen deze halve cirkel, wat is dan de kans dat de driehoek stomphoekig is in  $P$ ?



- |                   |                   |                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| (A) $\frac{1}{2}$ | (B) $\frac{1}{3}$ | (C) $\frac{1}{4}$ | (D) $\frac{1}{6}$ | (E) $\frac{1}{8}$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

29. In een vierkant  $PQRS$  met zijde 12 neemt men de punten  $A$  op  $[PQ]$  en  $D$  op  $[PS]$  zodat  $|PA| = 9$  en  $|PD| = 4$ . Beschouw nu de punten  $B$  op  $[QR]$  en  $C$  op  $[RS]$  zodat  $|AB| + |BC| + |CD|$  minimaal is. Dan is  $|QB|$  gelijk aan



- |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 3 | (B) 4 | (C) 5 | (D) 6 | (E) 8 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

30. Het nieuwe VWO-logo bestaat uit de letters V, W en drie letters O (die de zogenaamde Borromeïsche ringen voorstellen). Wanneer men elke letter in het rood, geel of blauw zou afdrucken en wanneer minstens twee letters O een verschillende kleur moeten hebben, hoeveel verschillende logo's kan men dan maken?



- |        |         |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|---------|
| (A) 81 | (B) 162 | (C) 189 | (D) 216 | (E) 243 |
|--------|---------|---------|---------|---------|