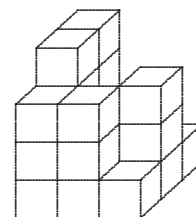


# 1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 2003-2004: eerste ronde

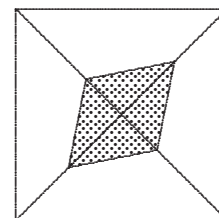
De eerste ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringssysteem werkt als volgt: per goed antwoord krijgt de deelnemer 5 punten, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 1 punt en een foutief antwoord wordt als 0 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 3 uur.

1. Willy stapelt een aantal identieke kubussen recht boven elkaar op een vlakke vloer en verkrijgt het bouwwerk uit de figuur. Bepaal het kleinste aantal kubussen dat volstaat om dit bouwwerk te realiseren.



- (A) 17      (B) 18      (C) 19      (D) 20      (E) 21

2. In een vierkant met zijde 6 trekt men de twee diagonalen. De ene verdeelt men in drie gelijke delen, de andere in vier gelijke delen. Door 4 van die 5 verdeelpunten te verbinden zoals op de figuur verkrijgt men een ruit. De oppervlakte van die ruit is



- (A) 3      (B) 4      (C) 6      (D) 8      (E) 12

3. Als  $x \in \mathbb{R}_0$ , dan is  $\frac{x}{16} \geq \frac{4}{x}$  gelijkwaardig met

- (A)  $\frac{x^2 - 64}{x} \geq 0$       (B)  $\frac{x - 4}{16 - x} \geq 0$       (C)  $x^2 \geq 64$   
(D)  $\frac{x}{4} \geq \frac{1}{x}$       (E)  $x \geq 8$

4. Een rij van 7 gehele getallen waarvan het zevende getal 800 000 is heeft de eigenschap dat, vanaf het derde, elke getal het product is van de vorige twee. Wat is het eerste getal van de rij?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

5. Welk van volgende getallen is verschillend van de andere vier?

- (A)  $\sqrt{72}$       (B)  $\sqrt{8} + \sqrt{32}$       (C)  $\sqrt{50} + \sqrt{2}$       (D)  $\sqrt{98} - \sqrt{2}$       (E)  $\sqrt{18} + \sqrt{48}$

6. Wat is het kleinste geheel getal  $m$  waarvoor de vergelijking  $(m - x)x = 1$  geen reële oplossingen heeft?

(A)  $-3$       (B)  $-2$       (C)  $-1$       (D)  $0$       (E)  $1$

7. De parabool  $y = x^2$  wordt verschoven zodanig dat de top verhuist van  $(0, 0)$  naar een punt van de eerste bissectrice dat precies  $\sqrt{2}$  verder gelegen is in het eerste kwadrant. De nieuwe vergelijking van de parabool is dan

(A)  $y = (x - 1)^2 + 1$       (B)  $y = (x + 1)^2 - 1$   
(C)  $y = (x - \sqrt{2})^2 + \sqrt{2}$       (D)  $y = (x + 1)^2 + 1$   
(E)  $y = (x - 1)^2 - 1$

8. Jeroentje probeert de coëfficiënten van onderstaande stelsels aan te vullen zodat elk stelsel oneindig veel oplossingen heeft:

$$\begin{cases} x - \sqrt{5}y = 3 \\ \dots x + \dots y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dots x + 6y = 2 \\ 6x + \dots y = 1. \end{cases}$$

Is het antwoord telkens éénduidig bepaald?

(A) Ja, voor elk stelsel is er juist één mogelijk antwoord.  
(B) Nee, voor het eerste stelsel is er geen antwoord mogelijk.  
(C) Nee, voor het tweede stelsel is er geen antwoord mogelijk.  
(D) Nee, voor het eerste stelsel zijn er oneindig veel antwoorden mogelijk.  
(E) Nee, voor het tweede stelsel zijn er oneindig veel antwoorden mogelijk.

9. We definiëren een functie in  $\mathbb{N}$  als volgt:

$$f(n) = \frac{n}{2} \text{ als } n \text{ even is}$$
$$f(n) = 4n + 1 \text{ als } n \text{ oneven is}$$

(voorbeelden:  $f(8) = 4$ ,  $f(3) = 13$ ). Voor hoeveel natuurlijke getallen  $n$  geldt dat  $f(f(n)) = 21$ ?

(A)  $0$       (B)  $1$       (C)  $2$       (D)  $3$       (E)  $4$

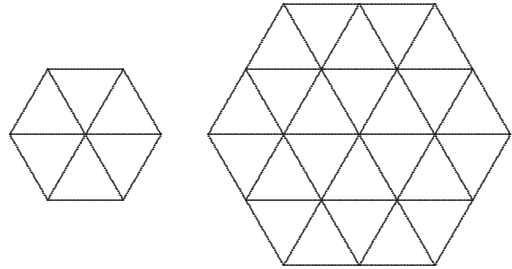
10. We noemen  $\sqrt[5]{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e}$  het meetkundig gemiddelde van de vijf positieve getallen  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  en  $e$ . Wat is het meetkundig gemiddelde van de getallen  $a = 16^2 \cdot 16^2$ ,  $b = (8^4)^2$ ,  $c = 2^{16} \cdot 32^2$ ,  $d = (2^4)^8$  en  $e = 4^8 \cdot 4^8$ ?

(A)  $16^2 \cdot 16^2$       (B)  $(8^4)^2$       (C)  $2^{16} \cdot 32^2$       (D)  $(2^4)^8$       (E)  $4^8 \cdot 4^8$

11. Een rij van 2004 cijfers is zodanig dat elk getal gevormd door twee opeenvolgende cijfers deelbaar is door 19 of door 23. Als het eerste cijfer 1 is, dan zijn de mogelijkheden voor het laatste cijfer

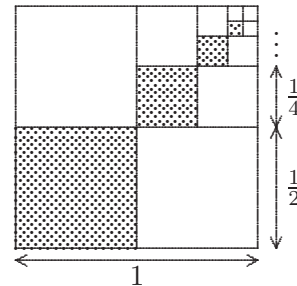
(A) 2 en 5      (B) 2 en 7      (C) 3 en 5      (D) 3 en 7      (E) 9

12. Op bijgaande figuren worden regelmatige zeshoeken met zijden 1 en 2 opgebouwd door gelijkzijdige driehoeken met zijde 1. Hiervoor heeft men respectievelijk 6 en 24 driehoeken nodig. Hoeveel gelijkzijdige driehoeken met zijde 1 heeft men nodig om een regelmatige zeshoek met zijde 3 op te bouwen?



(A) 42      (B) 54      (C) 78      (D) 96      (E) 120

13. Wanneer het patroon van de in de figuur aangeduide arceringen oneindig wordt verder gezet, welk deel van het groot vierkant is dan gearceerd?

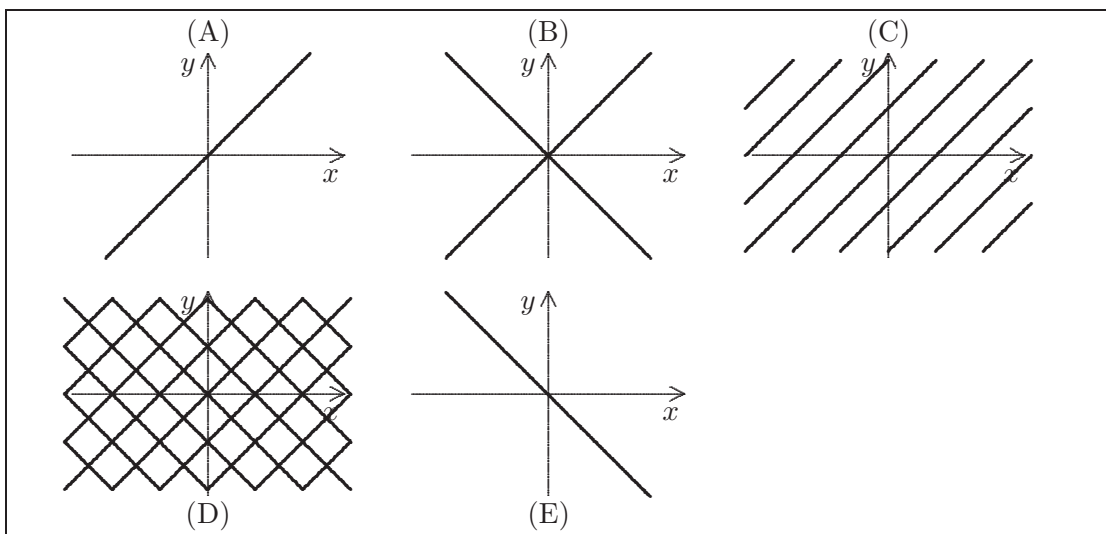


(A)  $\frac{1}{4}$       (B) 0,3      (C)  $\frac{1}{3}$       (D) 0,4      (E)  $\frac{1}{2}$

14. Welk van volgende reële getallen is het grootst?

(A)  $\cos 2^\circ$       (B)  $\cos 2$       (C)  $\sin 2^\circ$       (D)  $\sin 2$       (E)  $\tan 2^\circ$

15. In welke tekening zijn de punten  $(x, y)$  voorgesteld waarvoor geldt dat  $\cos x = \cos y$ ?



16. Welk van volgende getallen heeft precies 13 positieve delers?

- (A)  $13^2$       (B)  $2^{13}$       (C)  $12^3$       (D)  $3^{12}$       (E)  $21^3$

17. Beschouw de verzameling

$$\{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}.$$

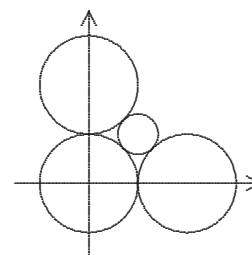
Welke van de volgende deelverzamelingen heeft het grootste rekenkundig gemiddelde?

- (A) de veelvouden van 2                      (B) de veelvouden van 4  
 (C) de veelvouden van 8                      (D) de veelvouden van 10  
 (E) de veelvouden van 12

18. De rij 5, 7, 10, 14, 15, 20, 21, 25, 28, 30, 35, 40, ... ontstaat door alle vijfvouden en zevenvouden in stijgende volgorde achter elkaar op te schrijven. Wat is het 100<sup>ste</sup> getal van de rij?

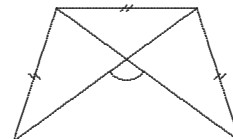
- (A) 294      (B) 300      (C) 315      (D) 320      (E) 322

19. Als je drie cirkels met straal 1 en middelpunt op de assen elkaar laat raken zoals op de figuur, dan kan je er een kleiner cirkeltje ‘tussenwringen’ dat raakt aan de drie cirkels. De straal van dat cirkeltje is gelijk aan



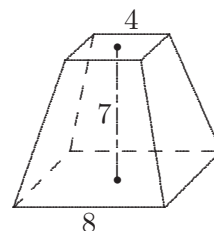
- (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $\sqrt{2} - 1$       (C)  $\sqrt{3} - 1$       (D)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       (E)  $\frac{\sqrt{5} + 1}{8}$

20. In dit gelijkbenig trapezium is de kleine basis even lang als de opstaande zijden en zijn de diagonalen even lang als de grote basis. De aangeduide hoek tussen de diagonalen bedraagt dan



- |                |                 |                 |                 |                 |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (A) $90^\circ$ | (B) $108^\circ$ | (C) $120^\circ$ | (D) $135^\circ$ | (E) $144^\circ$ |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

21. Bepaal de lengte van het langste lijnstuk dat past binnen de regelmatige vierzijdige afgeknotte piramide in de figuur.



- |                 |        |                  |                  |                  |
|-----------------|--------|------------------|------------------|------------------|
| (A) $\sqrt{89}$ | (B) 11 | (C) $\sqrt{128}$ | (D) $\sqrt{177}$ | (E) $\sqrt{185}$ |
|-----------------|--------|------------------|------------------|------------------|

22. • Kwik zegt: “We zijn alledrie leugenaars.”  
 • Kwek antwoordt: “Jij bent hier de enige leugenaar.”  
 • Kwak zegt: “Jullie zijn allebei leugenaars.”

Als elk van hen ofwel altijd liegt, ofwel altijd de waarheid spreekt, wie spreekt dan de waarheid?

- |                      |                 |                 |
|----------------------|-----------------|-----------------|
| (A) geen van de drie | (B) alleen Kwik | (C) alleen Kwek |
| (D) alleen Kwak      | (E) alledrie    |                 |

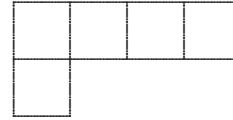
23. Een pot choco van Quote D’or bevat 300 g choco en kost 65% meer dan een pot choco van Quatta die 400 g choco bevat. Hoeveel % is de choco van Quote D’or duurder dan de choco van Quatta?

- |            |               |               |          |             |
|------------|---------------|---------------|----------|-------------|
| (A) 48,75% | (B) 86,66...% | (C) 98,33...% | (D) 120% | (E) 123,75% |
|------------|---------------|---------------|----------|-------------|

24. Een boer en zijn hond vertrekken van het veld naar huis, 10 km ver. De boer wandelt aan een snelheid van 5 km/u, de hond loopt aan 10 km/u naar huis. Als de hond thuiskomt keert hij terug tot het punt waar de boer is, waarna hij weer rechtsonter maakt en naar huis gaat. Eens bij de deur keert ... enz... Welke afstand heeft de hond afgelegd op het moment dat de boer thuiskomt?

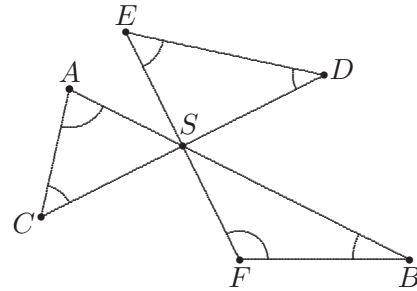
- |           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 10 km | (B) 15 km | (C) 20 km | (D) 30 km | (E) 40 km |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|

25. Bepaal de zijde van het kleinste vierkant dat zonder overlapping kan worden overdekt met papiersnippers van de volgende vorm, waarbij elk ruitje een vierkantje met zijde 1 is.



- (A) 5      (B) 6      (C) 7      (D) 8      (E) 10

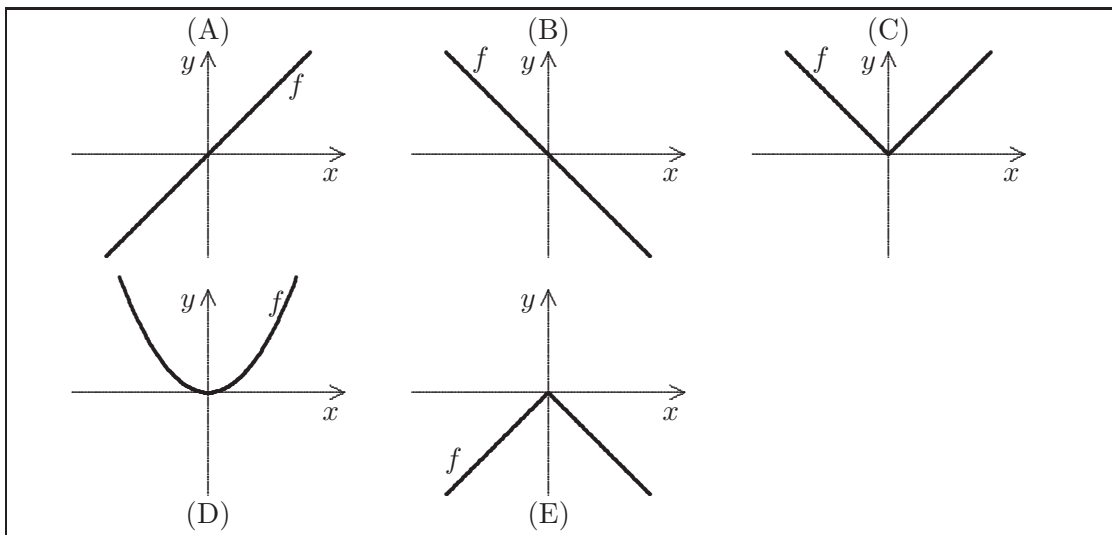
26.  $[AB]$ ,  $[CD]$  en  $[EF]$  snijden elkaar in een punt  $S$  (zie figuur). De som van de hoeken  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ ,  $\hat{D}$ ,  $\hat{E}$ ,  $\hat{F}$  is gelijk aan



- (A)  $180^\circ$       (B)  $240^\circ$       (C)  $300^\circ$       (D)  $360^\circ$       (E)  $450^\circ$

27. De grafiek van de functie

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{|x|} & \text{als } x \neq 0 \\ 0 & \text{als } x = 0 \end{cases} \text{ is}$$



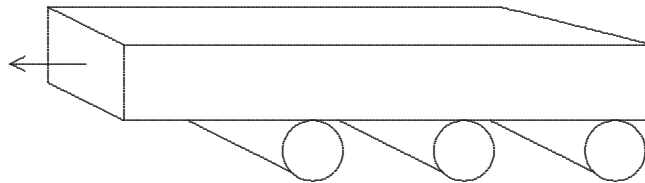
28. Beschouw alle getallen van vier cijfers gevormd met 1, 3, 5 en 6 elk éénmaal voorkomend. Onder deze getallen zijn er precies 6 die
- (a) deelbaar zijn door 2      (b) deelbaar zijn door 3  
(c) deelbaar zijn door 4      (d) deelbaar zijn door 5
- Hoeveel uitspraken zijn juist?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

29. 9 witte en 18 zwarte kubussen met ribbe 1 worden aan elkaar geplakt zodanig dat ze één grote kubus vormen met ribbe 3. Het gedeelte van de oppervlakte van de grote kubus dat wit is, bedraagt ten hoogste

(A) $\frac{1}{2}$	(B) $\frac{13}{27}$	(C) $\frac{25}{54}$	(D) $\frac{1}{3}$	(E) $\frac{1}{6}$
-------------------	---------------------	---------------------	-------------------	-------------------

30. Dertig Egyptische slaven versjouwden een loodzware steen die op enkele boomstammen met straal 10 cm rust. Over welke afstand (afgerond in gehele cm) wordt de steen verplaatst als de boomstammen een volledige omwenteling gemaakt hebben?



(A) 31	(B) 63	(C) 126	(D) 188	(E) 314
--------	--------	---------	---------	---------