1 Vlaamse Wiskunde Olympiade: eerste ronde

De eerste ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringssysteem werkt als volgt: per goed antwoord krijgt de deelnemer 5 punten, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 1 punt en een foutief antwoord wordt als 0 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 3 uur.

1. Het getal 1 is een oplossing van de vierkantsvergelijking $x^2 + kx + 3 = 0$. Wat is de andere oplossing?

(A) -4	(B) -3	(C) -1	(D) 2	(E) 3

2. Koen en Linda zijn broer en zus. Koen heeft twee keer zoveel zussen als broers en Linda heeft evenveel zussen als broers. Hoeveel kinderen zijn er in het gezin?

(A) 5	(B) 6	(C) 7	(D) 8	(E) 9

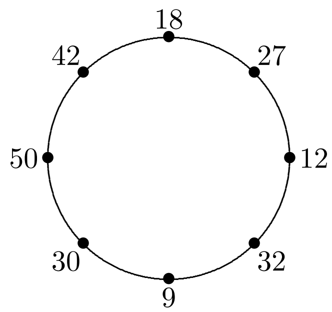
3. Een palindroom is een getal dat gelijk blijft wanneer je het van achter naar voor leest: b.v. 92129.
Het verschil tussen het eerstvolgende jaartal dat palindroom is en het jongste palindroomjaartal dat we gehad hebben, bedraagt

(A) 11	(B) 101	(C) 110	(D) 121	(E) 1001

4. In een winkel worden de prijzen met 10% verhoogd en kort daarna met 10% verlaagd. Dit komt er op neer dat

(A) de prijzen gelijk blijven.
(B) de oorspronkelijke prijzen met 1% verhogen.
(C) de oorspronkelijke prijzen met 1% verlagen.
(D) de oorspronkelijke prijzen met 5% verhogen.
(E) de oorspronkelijke prijzen met 5% verlagen.

5. Op bijgaande figuur liggen de getallen op de hoekpunten van een regelmatige achthoek. De getallen die onderling ondeelbaar zijn (d.w.z. grootste gemene deler 1 hebben) worden met een lijnstuk verbonden. Welke figuur wordt dan zichtbaar?



(A) een ruit	(B) een rechthoek
(C) een davidster	(D) een rechthoekige driehoek
(E) een gelijkbenig trapezium	

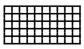
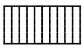
6. Wat is het laatste cijfer van de som $6^{2003} + 6^{2002} + \ldots + 6 + 1$?

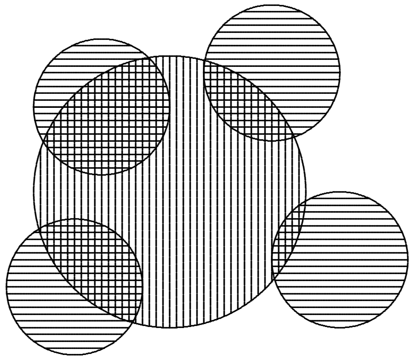
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

7. Als men de cijfers 1, 2, 3, 4, 5 in willekeurige volgorde achter elkaar schrijft tot een getal van vijf cijfers, wat is dan de kans dat het getal deelbaar is door 6?

(A) 16,66...% (B) 33,33...% (C) 40% (D) 50% (E) 60%

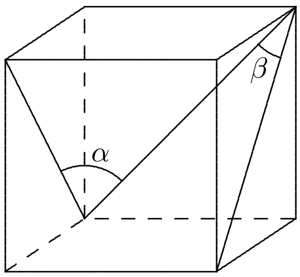
8. In de figuur zie je vier gelijke kleine cirkels en een grote cirkel waarvan de straal het dubbel is van de straal van een kleine cirkel.
Voor de gearceerde oppervlakten, met de volgende benaming, geldt

Som  $=A$, Som  $=B$,  $=C$



(A) $A > B > C$ (B) $C > A > B$ (C) $A > C > B$
(D) $C > B > A$ (E) geen van de vorige

9. In een kubus verbindt men enkele hoekpunten op een manier aangeduid zoals op bijgaande figuur.
De hoeken α en β voldoen aan

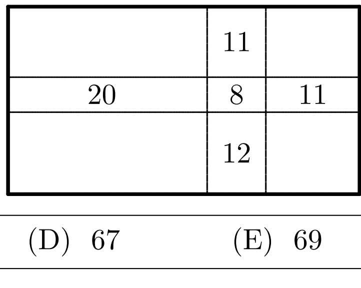


(A) $\alpha > \beta$ (B) $\alpha < \beta$ (C) $\alpha = \beta = 45°$
(D) $\alpha = \beta = 60°$ (E) $\alpha = \beta = 90°$

10. Voor hoeveel gehele getallen tussen 1 en 1000 is de som van de cijfers gelijk aan 7?

(A) 40 (B) 36 (C) 32 (D) 28 (E) 24

11. Een rechthoek wordt verdeeld in negen kleine rechthoekjes. Van vijf rechthoekjes is de omtrek gegeven (zie figuur).
Bepaal de omtrek van de grote rechthoek.



(A) 32 (B) 46 (C) 48 (D) 67 (E) 69

12. Mijnheer pastoor had - om kosten te sparen - zelf de klok van de kerk gerepareerd. Per vergissing had hij de grote wijzer en de kleine wijzer op de verkeerde as gemonteerd. Hoe vaak wijst de klok toch de juiste tijd aan tussen maandag 15 uur en dinsdag 15 uur?

(A) 22	(B) 23	(C) 24	(D) 25	(E) 26

13. Als $\left(\frac{1}{x}\right)^3 = 0{,}064$ dan is x gelijk aan

(A) 250	(B) 2,5	(C) 0,4	(D) 0,0192	(E) 0,004

14. Over het getal $N = 2^{10} \cdot 10^2$ worden volgende uitspraken gedaan

I. N is deelbaar door 5.
II. N is niet deelbaar door 25.
III. N is deelbaar door 40.
IV. N is niet deelbaar door 50.

Hoeveel van deze uitspraken zijn juist?

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 3	(E) 4

15. Voor hoeveel gehele waarden van $a \neq 0$ heeft de volgende vergelijking in x

$$1 + a\cos x = (a+1)^2$$

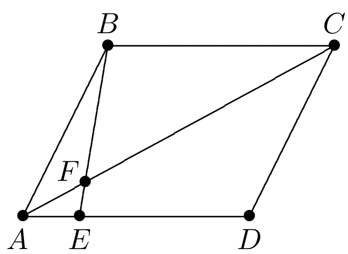
oplossingen?

(A) 1	(B) 2	(C) 3	(D) 4	(E) meer dan 4

16. In een parallellogram $ABCD$ verbindt men een hoekpunt B met een punt E op de zijde $[AD]$ zo dat

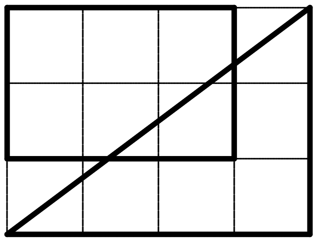
$$|AE| = \frac{1}{4}|AD|.$$

Het lijnstuk $[BE]$ snijdt de diagonaal $[AC]$ in een punt F.
De verhouding $\frac{|AF|}{|AC|}$ is dan



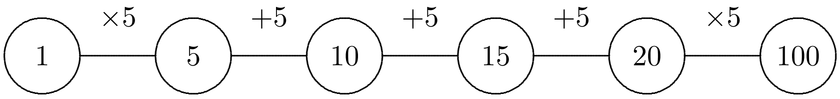
(A) $\frac{1}{8}$	(B) $\frac{1}{6}$	(C) $\frac{1}{5}$	(D) $\frac{1}{4}$	(E) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

17. Op een ruitjesblad (met ruitjes van 1 cm^2) worden een rechthoek en een driehoek getekend zoals in de figuur. Wat is de oppervlakte van het overlappend gebied?

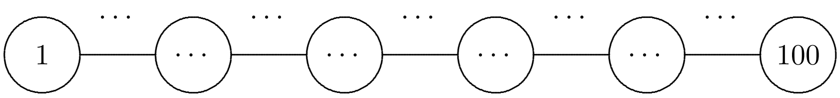


(A) $\frac{7}{8}$ cm^2	(B) 1 cm^2	(C) $\frac{9}{8}$ cm^2	(D) $\frac{13}{12}$ cm^2	(E) $\frac{25}{24}$ cm^2

18. Beginnend met 1 kan men door vijfmaal ofwel 5 op te tellen, ofwel met 5 te vermenigvuldigen het getal 100 verkrijgen:

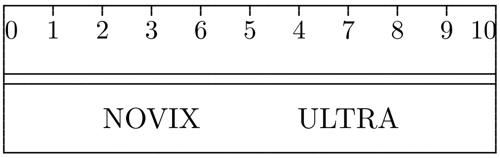


Wat is het kleinste natuurlijk getal x, verschillend van 5, waarmee men 100 kan verkrijgen door vanuit 1 vijfmaal ofwel x op te tellen, ofwel met x te vermenigvuldigen?



(A) 2	(B) 4	(C) 8	(D) 10	(E) 20

19. Jeroentje meet de zijden van een driehoek die elk een verschillende lengte hebben. Bovendien zijn deze lengtes natuurlijke getallen. Hij vindt als omtrek 15 cm, maar dit is niet juist omdat op Jeroentjes meetlat (die zijn mama gratis kreeg bij aankoop van 1,5 liter Novix Ultra navulpak) de 4 en de 6 verwisseld zijn.



Wat is de correcte omtrek?

(A) 13 cm	(B) 14 cm	(C) 16 cm
(D) 17 cm	(E) niet te bepalen uit de gegevens	

20. Om na te gaan op welke datum Pasen valt in het jaar J ($1900 < J < 2099$) bepaalt men

- de rest a bij deling van J door 19,
- de rest b bij deling van J door 4,
- de rest c bij deling van J door 7,

- de rest d bij deling van $19a + 24$ door 30,
- de rest e bij deling van $2b + 4c + 6d + 5$ door 7.

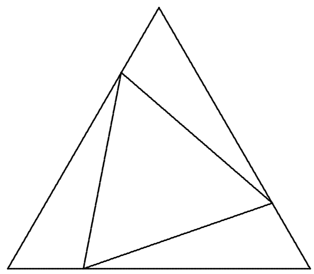
Pasen valt dan $d + e$ dagen na 22 maart, behalve

- als de uitkomst 26 april is, dan valt Pasen op 19 april,
- als $d = 28$ en $e = 6$, dan valt Pasen op 18 april.

Op welke dag in 2050 valt Pasen?

(A) 26 maart	(B) 31 maart	(C) 1 april	(D) 10 april	(E) 19 april

21. De zijden van een gelijkzijdige driehoek worden verdeeld in stukken die zich verhouden als 4 tot 1, zodat die verdeelpunten zelf een gelijkzijdige driehoek vormen.
Wat is de verhouding van de oppervlakten van de kleine tot de grote gelijkzijdige driehoek?



(A) $\frac{1}{2}$	(B) $\frac{9}{16}$	(C) $\frac{4}{5}$	(D) $\frac{13}{25}$	(E) $\frac{16}{25}$

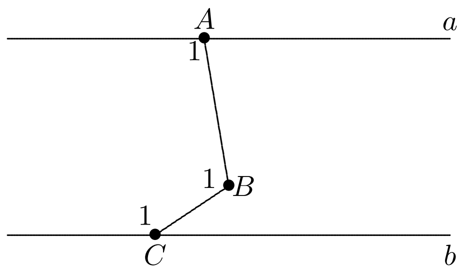
22. Een cilinder en een kegel hebben dezelfde hoogte en dezelfde inhoud. De straal van het grondvlak van de cilinder verhoudt zich tot die van het grondvlak van de kegel als

(A) 1 tot 2	(B) 2 tot 3	(C) $\sqrt{3}$ tot 3	(D) $\sqrt{2}$ tot 2	(E) 1 tot 3

23. Wim traint meer dan zeven dagen na elkaar en loopt dagelijks een route van 5 km, 7 km of 9 km. Op het einde van de trainingsperiode heeft hij 47 km afgelegd. Hoe dikwijls heeft hij de route van 9 km afgelegd?

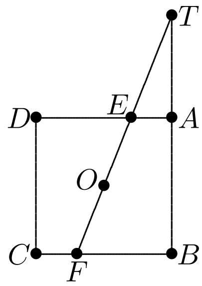
(A) 0 keer	(B) 1 keer	(C) 2 keer
(D) 3 keer	(E) meer dan 3 keer	

24. In de figuur is a evenwijdig met b en zijn $\hat{A}_1 = 100°$ en $\hat{B}_1 = 120°$.
Dan is $\hat{C}_1$ gelijk aan



(A) 120°	(B) 130°	(C) 140°
(D) 150°	(E) 160°	

25. In bijgaande figuur wordt een vierkant gesneden door een rechte doorheen het middelpunt O, welke een hoek van $\frac{\pi}{3}$ vormt met één van de zijden. Dan geldt



(A) $\|TE\| = \|DE\|$	(B) $\|TO\| = \|AD\|$	(C) $\|TA\| = 2\|EA\|$
(D) $\|OA\| = 2\|EA\|$	(E) $\|FB\| = \|TO\|$	

26. Welke stap is fout in de volgende redenering?

$$1 < 3 \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{27} < \frac{3}{27}$$
$$\frac{1}{27} < \frac{3}{27} \overset{(2)}{\Rightarrow} \left(\frac{1}{3}\right)^3 < \left(\frac{1}{3}\right)^2$$
$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 < \left(\frac{1}{3}\right)^2 \overset{(3)}{\Rightarrow} \log\left(\frac{1}{3}\right)^3 < \log\left(\frac{1}{3}\right)^2$$
$$\log\left(\frac{1}{3}\right)^3 < \log\left(\frac{1}{3}\right)^2 \overset{(4)}{\Rightarrow} 3\log\left(\frac{1}{3}\right) < 2\log\left(\frac{1}{3}\right)$$
$$3\log\left(\frac{1}{3}\right) < 2\log\left(\frac{1}{3}\right) \overset{(5)}{\Rightarrow} 3 < 2$$

(A) (1)	(B) (2)	(C) (3)	(D) (4)	(E) (5)

27. Beschouw de drie functies

$$f(x) = |x| + |2x|, \quad g(x) = |3x|, \quad h(x) = |4x| - |x|$$

Dan geldt

(A) $f = g = h$	(B) $f = g < h$	(C) $h < f = g$
(D) $h < g < f$	(E) $f < g < h$	

28. Gegeven is een niet-constante meetkundige rij a_1, a_2, a_3, ... waarvoor geldt dat

$$s = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 3(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9).$$

Dan is

(A) $\frac{s}{a_1} \in [250, 300]$	(B) $\frac{s}{a_1} \in [500, 550]$	(C) $\frac{s}{a_1} \in [1000, 1050]$
(D) $\frac{s}{a_1} \in [2000, 2050]$	(E) $\frac{s}{a_1}$ niet te bepalen uit de gegevens.	

29. Je beschikt over vier staafjes. De lengte van het tweede staafje is 80% van de lengte van het eerste staafje, de lengte van het derde staafje is 40% van de lengte van het eerste staafje en de lengte van het vierde staafje is 20% van de lengte van het eerste.
Hoeveel niet-congruente driehoeken kan men met drie van deze vier staafjes vormen?

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 3	(E) 4

30. Bij deling van de veelterm $x^3 + x^5 + x^7 + x^{11} + x^{13} + x^{17} + x^{19} + x^{23} + x^{29}$ door de veelterm $x^2 - 1$ is er een rest. De getalwaarde van die rest voor $x = 2$ is

(A) 2	(B) 3	(C) 9	(D) 18	(E) 27