

12 Vlaamse Wiskunde Olympiade: eerste ronde

De eerste ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringsysteem werkt als volgt: per goed antwoord krijgt de deelnemer 5 punten, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 1 punt en een foutief antwoord wordt als 0 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 3 uur.

12.1 De problemen

1. De som van 100 getallen is 1000. Ieder getal wordt vermeerderd met 20, daarna vermenigvuldigd met 5 en ten slotte verminderd met 20.

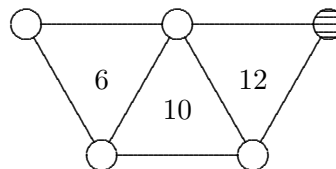
De som van de 100 nieuwe getallen is

- | | | |
|----------|-----------|----------|
| (A) 5000 | (B) 5080 | (C) 5800 |
| (D) 6500 | (E) 13000 | |

2. Als $a^{0,123} = 5$, dan is $a^{0,369} =$

- | | | | | |
|-----------------|-------------------|-------------------|--------|---------|
| (A) $5^{0,246}$ | (B) $\frac{5}{3}$ | (C) $\sqrt[3]{5}$ | (D) 15 | (E) 125 |
|-----------------|-------------------|-------------------|--------|---------|

3. Vul de getallen van 1 tot en met 5 in de vijf cirkeltjes in, zó dat in elke driehoek het gegeven getal de som is van de getallen op de hoekpunten. Welk getal komt er in het gearceerde cirkeltje?

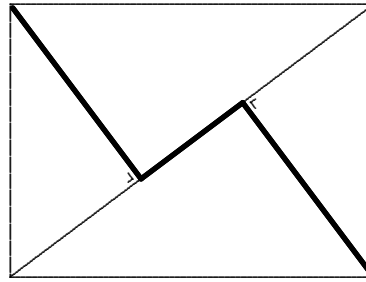


- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

4. Op hoeveel nullen eindigt het product van 15^6 , 28^5 en 55^7 ?

- | | | |
|--------|--------|--------|
| (A) 0 | (B) 5 | (C) 10 |
| (D) 13 | (E) 26 | |

5. Hoe lang is de vette gebroken lijn in deze rechthoek met zijden 6 en 8?



- | | | |
|--------|----------|----------|
| (A) 12 | (B) 12,4 | (C) 12,5 |
| (D) 14 | (E) 16 | |

6. In een bioscoopzaal zijn er 20 rijen stoelen. Op de eerste rij zijn er 30 zitjes en elke rij heeft één zitje meer dan de rij ervoor. Hoeveel stoelen zijn er in deze zaal?

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| (A) 790 | (B) 800 | (C) 810 | (D) 820 | (E) 830 |
|---------|---------|---------|---------|---------|

7. Als $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$, dan is $f(f(f(x)))$ gelijk aan

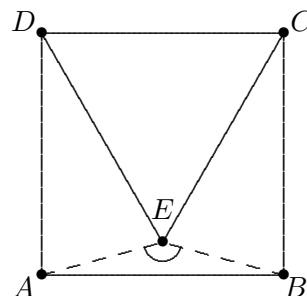
- | | | |
|---------------------------|-------------------------|---|
| (A) $(1 + \frac{1}{x})^3$ | (B) $3 + \frac{1}{x}$ | (C) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ |
| (D) $1 + \frac{3}{x}$ | (E) $1 + \frac{1}{x^3}$ | |

- 8.

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} \cdot \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{6}} \cdot \frac{\frac{1}{6} - \frac{1}{7}}{\frac{1}{7} - \frac{1}{8}} \dots \frac{\frac{1}{48} - \frac{1}{49}}{\frac{1}{49} - \frac{1}{50}} =$$

- | | | | | |
|---------|----------|-------|--------|--------|
| (A) -50 | (B) 0,04 | (C) 1 | (D) 25 | (E) 46 |
|---------|----------|-------|--------|--------|

9. Op de figuur is $ABCD$ een vierkant en DCE een gelijkzijdige driehoek. Hoe groot is de hoek \widehat{AEB} ?



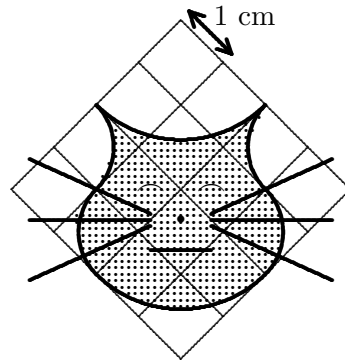
- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (A) 111° | (B) 120° | (C) 130° | (D) 140° | (E) 150° |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

10. Van een functie f op \mathbb{N} is geweten dat $f(mn) = mf(n) + nf(m)$ voor elke $m, n \in \mathbb{N}$ en dat $f(12) = f(15) = f(20) = 60$.

Wat is $f(8)$?

- (A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 36

11. De rand van het grijze gebied (zie figuur) bestaat uit zes kwartcirkels. Bereken de oppervlakte van dit gebied.



- (A) 5 cm^2 (B) 6 cm^2 (C) 7 cm^2 (D) 8 cm^2 (E) 9 cm^2

12. Welke van de volgende uitspraken is juist?

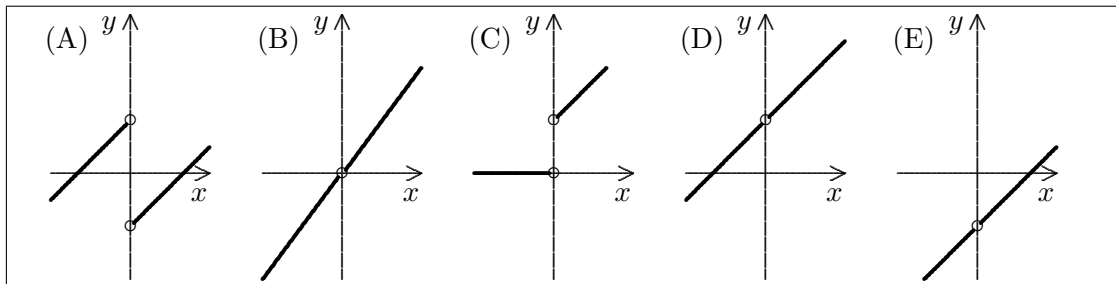
- I Deze lijst bevat juist één foutieve uitspraak.
- II Deze lijst bevat juist twee foutieve uitspraken.
- III Deze lijst bevat juist drie foutieve uitspraken.
- IV Deze lijst bevat juist vier foutieve uitspraken.
- V Deze lijst bevat juist vijf foutieve uitspraken.

- (A) I (B) II (C) III (D) IV (E) V

13. Als $49^x + 49^{-x} = 7$, dan is $7^x + 7^{-x}$ gelijk aan

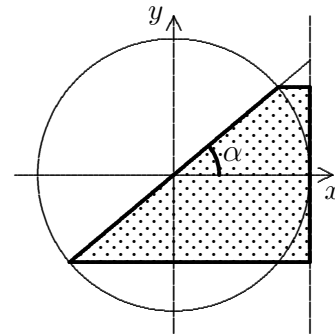
- (A) 1 (B) $\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{7}$ (D) 3 (E) 9

14. De functie $f(x) = x - \frac{x}{|x|}$ heeft als grafiek



15. In bijgaande figuur is een goniometrische cirkel getekend en een vierhoek waarvan één zijde een middellijn is en de drie andere zijden evenwijdig zijn met de assen, één ervan raakt de cirkel.

Als deze middellijn met de x -as een hoek α maakt, is de oppervlakte van deze vierhoek gelijk aan

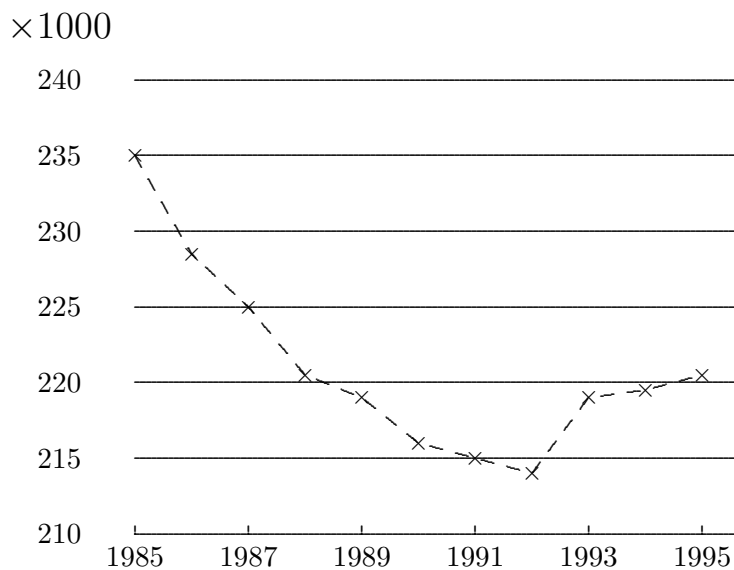


- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------|----------------------------------|
| (A) $2 \sin \alpha$ | (B) $2 \sin^2 \alpha$ | (C) $2 \operatorname{tg} \alpha$ |
| (D) $2 \sin \alpha(2 + \cos \alpha)$ | (E) $\sin 2\alpha$ | |

16. Bob gaf 40% van zijn zakgeld uit aan een cadeau voor zijn vader. Van de rest gaf hij 30% uit aan snoep. Welk percentage van zijn zakgeld heeft hij uitgegeven?

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| (A) 42% | (B) 52% | (C) 58% | (D) 65% | (E) 70% |
|---------|---------|---------|---------|---------|

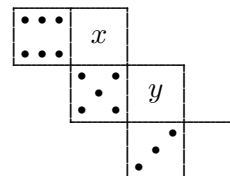
17. De bijgevoegde figuur stelt het aantal meisjes voor dat secundair onderwijs volgde tussen 1985 en 1995.



Men kan hieruit besluiten dat tussen 1991 en 1995 het aantal vrouwelijke leerlingen

- (A) ongeveer gehalveerd is.
- (B) ongeveer verdubbeld is.
- (C) met 6 leerlingen gestegen is.
- (D) met ongeveer 5% gestegen is.
- (E) met minder dan 3% gestegen is.

18. Op een dobbelsteen is de som van het aantal ogen op tegenoverliggende vlakken gelijk aan 7. Het aantal ogen op de zijvlakken x en y op bijgaande ontwikkeling van een dobbelsteen is respectievelijk



- (A) 1 en 4.
- (B) 2 en 1.
- (C) 2 en 4.
- (D) 4 en 1.
- (E) 4 en 2.

19. Als $2^x = 100$, dan is

- (A) $4 \leq x < 5$
- (B) $5 \leq x < 6$
- (C) $6 \leq x < 7$
- (D) $7 \leq x < 8$
- (E) $8 \leq x < 9$

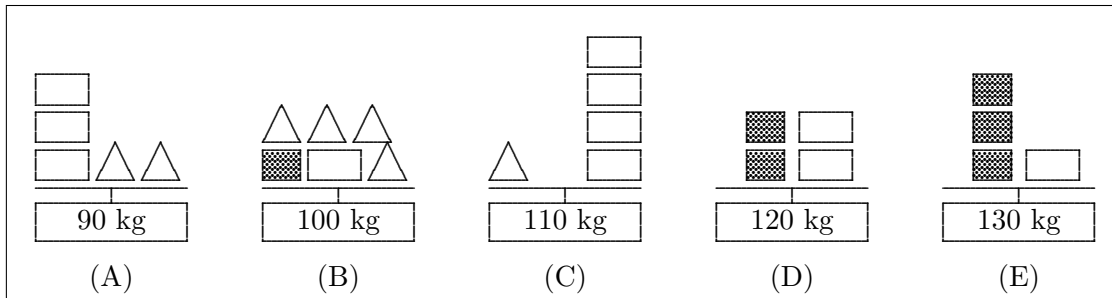
20. Een zijde van een driehoek heeft lengte 8 en maakt met een tweede zijde een hoek van 60° . Hoeveel mogelijke gehele waarden strikt kleiner dan 10, kan de lengte van die tweede zijde hebben zodat de lengte van de derde zijde ook geheel is?

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3
- (E) 4

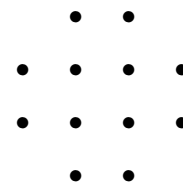
21. Vrouwjes-Plutonianen hebben lengte n en mannetjes-Plutonianen hebben lengte m . Wanneer er m vrouwjes en n mannetjes zijn, wat is dan hun gemiddelde lichaamslengte?

(A) $\frac{2mn}{m+n}$	(B) $\frac{m+n}{2}$	(C) $\frac{m^2+n^2}{m+n}$	(D) $\frac{ m-n }{2}$	(E) \sqrt{mn}
-----------------------	---------------------	---------------------------	-----------------------	-----------------

22. Precies één van volgende weegschalen is stuk. Welke?

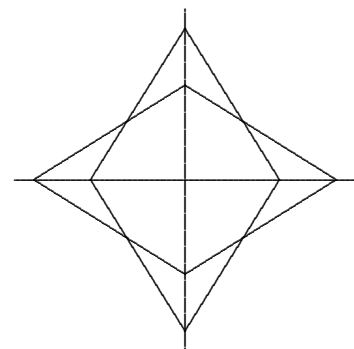


23. Gegeven is een rooster met 12 punten (zie tekening). Hoeveel vierkanten zijn er met 4 van deze roosterpunten als hoekpunten?



(A) 5	(B) 7	(C) 9	(D) 11	(E) 13
-------	-------	-------	--------	--------

24. Twee congruente ruiten worden zo op elkaar geplaatst dat de grote diagonaal van de ene op dezelfde rechte ligt als de kleine diagonaal van de andere. De doorsnede van de twee vlakke figuren is een convexe achthoek waarvan alle zijden even lang zijn. Bepaal de verhouding van de grote tot de kleine diagonaal van de ruiten zodat deze achthoek een regelmatige achthoek is.



(A) $\sqrt{2} - 1$	(B) 2	(C) $\sqrt{2} + 1$	(D) $2\sqrt{2}$	(E) 3
--------------------	-------	--------------------	-----------------	-------

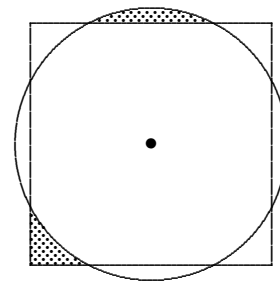
25. De zijden van een rechthoekige driehoek hebben respectieve lengten $x - y$, x , $x + y$ met $x > y > 0$. De verhouding $\frac{x}{y}$ is gelijk aan

(A) $\frac{4}{3}$	(B) $\frac{3}{2}$	(C) 2	(D) 3	(E) 4
-------------------	-------------------	-------	-------	-------

26. Beschouw de vergelijking $6x - 9y = k$ met $k \in \mathbb{N}$.
 Voor hoeveel waarden van k ($k < 90$) heeft deze vergelijking oplossingen x en y die behoren tot \mathbb{Z} ?

(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 30 (E) 90

27. Een cirkel en een vierkant hebben hetzelfde middelpunt. Wat is de verhouding van de zijde van het vierkant tot de straal van de cirkel, als geweten is dat de gearceerde deeltjes in de figuur dezelfde oppervlakte hebben?



(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{\pi}$ (C) 2 (D) $\sqrt{2\pi}$ (E) π

28. Een getal met vier cijfers waarvan de eerste twee cijfers gelijk zijn en waarvan de laatste twee cijfers gelijk zijn, is een volkomen kwadraat.
 Bepaal de som van de cijfers van dit getal.

(A) 12 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

29. 200 kg komkommers, waarvan de massa voor 99% uit water bestaat, drogen uit door de zon, totdat de massa nog maar voor 98% uit water bestaat.
 Hoeveel wegen de komkommers nog?

(A) 100 kg (B) 195 kg (C) 197,97 kg (D) 198 kg (E) 199 kg

30. Hoe groot is de afstand tussen de middelpunten van de ingeschreven en de omgeschreven cirkel van een driehoek met zijden 6, 8 en 10?

(A) 0 (B) 2 (C) $\sqrt{5}$ (D) 2,4 (E) 2,5