

1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 2000-2001: Eerste ronde.

De eerste ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringssysteem werkt als volgt: per goed antwoord krijgt de deelnemer 5 punten, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 1 punt en een foutief antwoord wordt als 0 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 3 uur.

1.1 De problemen

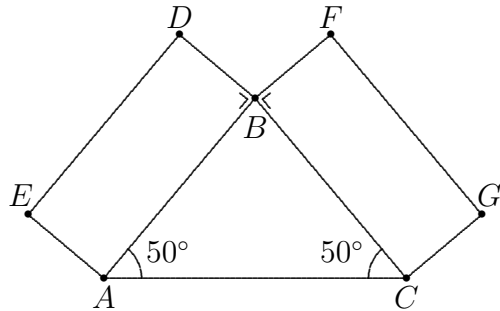
1. Als de hoeken van een driehoek zich verhouden zoals de getallen 4, 5 en 6, dan is de grootste hoek gelijk aan

(A) 60° (B) 70° (C) 72° (D) 80° (E) 90°

2. Zij $n \in \mathbb{N}_0$. Hoeveel gehele getallen zijn strikt kleiner dan n en strikt groter dan $-n$?

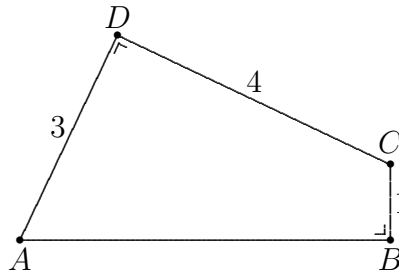
(A) $n - 1$ (B) $2n - 1$ (C) $2n$ (D) $2n + 1$ (E) oneindig veel

3. Gegeven is een gelijkbenige driehoek ABC met basishoek gelijk aan 50° en twee rechthoeken zoals op de figuur. Bepaal de hoek \widehat{DBF} .



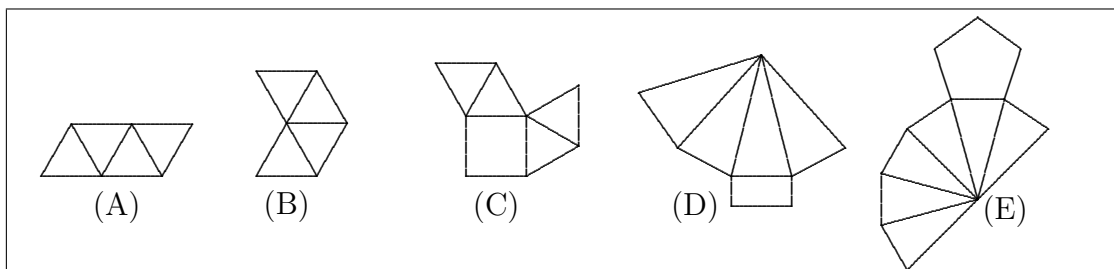
(A) 100° (B) 110° (C) 120° (D) 130° (E) 140°

4. Gegeven is een vierhoek $ABCD$ met rechte hoeken in B en D . Verder is $|BC| = 1$, $|CD| = 4$ en $|DA| = 3$. De oppervlakte van $ABCD$ is



(A) 8 (B) $6 + \sqrt{6}$ (C) 8,5 (D) 17 (E) $12 + 2\sqrt{6}$

5. Welke van de volgende figuren is een ontwikkeling van een piramide?



6. Een rechthoekig paneel van 24 cm op 105 cm moet worden geconstrueerd uit vierkante elementen die niet noodzakelijk even groot zijn. Hoeveel elementen zijn er minstens nodig om dit zonder overlapping te realiseren?

- (A) 9 (B) 10 (C) 24 (D) 168 (E) 2520

7. Als $x : y = 6$, $y : z = 5$, $u : z = 4$ en $v : u = 3$, dan is $x : v =$

- (A) 2,5 (B) 22,5 (C) 40
(D) 360 (E) geen van de vorige.

8. Zij a een reëel getal dat voldoet aan $a^3 = a + 1$. Beschouw de volgende uitspraken:
 $a^4 = a^2 + a$ $a^4 = a^5 - 1$ $a^4 = a^3 + a^2 - 1$ $a^4 = \frac{1}{a - 1}$
 Hoeveel zijn er correct?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

9. Gegeven is de volgende rij breuken

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \dots$$

De teller van de breuk op de 2001ste plaats in deze rij is

- (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27 (E) 28

10. Een punt P ligt op de schuine zijde van een rechthoekige driehoek ABC met rechte hoek in A en kortste zijde $[AB]$. Zij M het voetpunt van de loodlijn uit P op AB en N het voetpunt van de loodlijn uit P op AC .

Waar moet P liggen opdat het lijnstuk $[MN]$ zo klein mogelijk zou zijn?

- | |
|---|
| (A) In B .
(B) In C .
(C) In het voetpunt van de loodlijn uit A op BC .
(D) In het snijpunt van BC met de bissectrice van de rechte hoek.
(E) In het midden van het lijnstuk $[BC]$. |
|---|

11. Eén van de volgende maten is het volume van een blikje cola. Welke?

- | |
|--|
| (A) 33 cm^3 (B) 330 cm^3 (C) $0,33 \text{ m}^3$ (D) $0,033 \text{ m}^3$ (E) $0,0033 \text{ m}^3$ |
|--|

12. Sofietje kan een roltrap die niet werkt oplopen in 30 seconden. Als de roltrap wel werkt, duurt het 60 seconden om iemand die stilstaat naar boven te brengen. Hoeveel seconden heeft Sofietje nodig om de roltrap op te lopen als die wel werkt?

- | |
|--|
| (A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 45 (E) 90 |
|--|

13. Kamelixeren hebben 3 keer zoveel bulten als dromedixeren. Een gemengde kudde van 24 van deze dieren heeft evenveel bulten als 10 dromedixeren en 6 kamelixeren. Hoeveel dromedixeren zijn er in die kudde?

- | |
|--|
| (A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22 |
|--|

14. Op een vergadering geeft elke aanwezige juist één keer een hand aan elke andere aanwezige. Er zijn 36 handdrukken tussen twee dames en 28 tussen twee heren. Het aantal handdrukken tussen een heer en een dame is

- | |
|--|
| (A) 17 (B) 36 (C) 72
(D) 136 (E) niet te bepalen. |
|--|

15. David heeft een stel van 4 valiezen gekregen. De bijhorende sleutels zitten samen in een zakje en zijn niet gemerkt. Wat is het kleinste aantal pogingen dat zal volstaan om met zekerheid te weten welke sleutel bij welke valies past?

- | |
|---|
| (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 16 (E) 24 |
|---|

16. Als $x^2 - x - 1$ een deler is van $ax^3 + bx^2 + 1$, dan is b gelijk aan

- | | | | | |
|--------|--------|-------|-------|-------|
| (A) -2 | (B) -1 | (C) 0 | (D) 1 | (E) 2 |
|--------|--------|-------|-------|-------|

17. We definiëren een bewerking $*$ in \mathbb{R}_0^+ als volgt:

$$a * b = \frac{1}{a + b}.$$

Welk van de volgende getallen is dan het kleinst?

- | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| (A) $2 * (3 * 1)$ | (B) $2 * (3 * 4)$ | (C) $3 * (1 * 2)$ | (D) $3 * (4 * 2)$ | (E) $4 * (2 * 3)$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

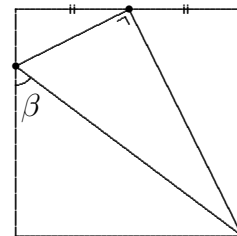
18. Het minimum van de reële functie $f(x) = |x + 3| + |x - 2| + |x - 4|$ is

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 0 | (B) 1 | (C) 2 | (D) 4 | (E) 7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

19. Het getal 14641 is het product van

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| (A) 2 priemgetallen. | (B) 3 priemgetallen. | (C) 4 priemgetallen. |
| (D) 5 priemgetallen. | (E) 6 priemgetallen. | |

20. Een vierkant wordt verdeeld in rechthoekige driehoeken zoals op bijgaande figuur. Hoe groot is de tangens van β ?



- | | | | | |
|-------|-------------------|-------------------|-------------------|----------------|
| (A) 1 | (B) $\frac{6}{5}$ | (C) $\frac{5}{4}$ | (D) $\frac{4}{3}$ | (E) $\sqrt{2}$ |
|-------|-------------------|-------------------|-------------------|----------------|

21. Uit een enquête bij 100 krantenadverteerders blijkt dat er

- 50 adverteren in De Standaard (DS)
- 52 adverteren in De Morgen (DM)
- 60 adverteren in Het Laatste Nieuws (HLN)
- 27 adverteren zowel in DS als in HLN
- 26 adverteren zowel in DS als in DM
- 30 adverteren zowel in HLN als in DM
- 14 adverteren in elk van deze kranten.

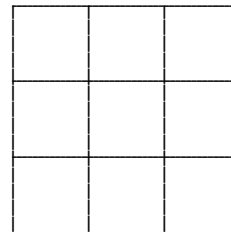
Hoeveel onder hen plaatsen hun aankondigingen uitsluitend in andere (dan de vermelde) kranten?

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 7 (E) 12

22. In een doos liggen vier soorten knikkers: 20 rode, 12 gele, 8 blauwe en 6 groene. Welk is het kleinste aantal knikkers dat men geblinddoekt uit de doos moet nemen als men er zeker van wil zijn dat er 10 dezelfde kleur hebben?

- (A) 10 (B) 24 (C) 33 (D) 37 (E) 40

23. In het afgebeelde rooster kan men in elk van de vierkantjes een \times plaatsen. Als men nu eist dat geen drie \times -en voorkomen in een kolom, een rij of een diagonaal, welk is dan het maximaal aantal \times -en dat kan worden geplaatst?



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

24. Een vierkant stuk metaal met zijde a wordt omgebogen tot een cilindermantel. Welk is de inhoud van de cilinder die men hiermee vormt?

- (A) $\frac{a^3}{4\pi}$ (B) $\frac{a^3}{4}$ (C) $\frac{a^3}{\pi}$ (D) $\frac{\pi a^3}{4}$ (E) πa^3

25. Welke van de volgende uitdrukkingen is de beste benadering van $\sqrt{1-b}$ als $0 < b < 10^{-6}$?

- (A) $1 - b$ (B) $1 - \frac{b}{2}$ (C) $1 - b^2$ (D) $1 - \frac{b^2}{2}$ (E) 1

26. Bij een teeveespelletje kiezen drie jongens onafhankelijk elk hun favoriete meisje uit drie meisjes en gelijktijdig kiezen die drie meisjes elk hun favoriete jongen. Als een jongen en een meisje voor elkaar kiezen, dan winnen ze een reis. Wat is, op 0,1% nauwkeurig, de kans dat er drie reizen gewonnen worden?

- (A) 0,2% (B) 0,8% (C) 2,5% (D) 4,0% (E) 16,7%

27. In een rekenkundige rij is de som van de eerste p termen gelijk aan q en de som van de eerste q termen gelijk aan p ($p \neq q$).

Bereken het verschil v tussen twee opeenvolgende termen van die rij.

(A) $v = \frac{-2}{p-q}$	(B) $v = -\frac{2(p+q)}{pq}$	(C) $v = \frac{2}{p+q}$
(D) $v = \frac{2(p-q)}{pq}$	(E) $v = 2(p+q)$	

28. Welk van de volgende getallen is het grootst? Hou rekening met de afspraak $a^b{}^c = a^{(b^c)}$.

(A) 333^3	(B) 33^{33}	(C) 3^{333}	(D) $3^{3^{33}}$	(E) $3^{3^3^3}$
-------------	---------------	---------------	------------------	-----------------

29. Als x een priemgetal is en $x^2 + y^2 = z^2$ met $x, y, z \in \mathbb{N}_0$, dan is y gelijk aan

(A) $\frac{x^2-1}{2}$	(B) $\frac{x^2+1}{2}$	(C) x	(D) x^2-1	(E) x^2+1
-----------------------	-----------------------	---------	-------------	-------------

30. Een regelmatige twaalfhoek heeft diagonalen van vijf verschillende lengten $d_1 < d_2 < d_3 < d_4 < d_5$. De oppervlakte van de regelmatige twaalfhoek is gelijk aan

(A) d_1^2	(B) d_2^2	(C) d_3^2	(D) d_4^2	(E) d_5^2
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------