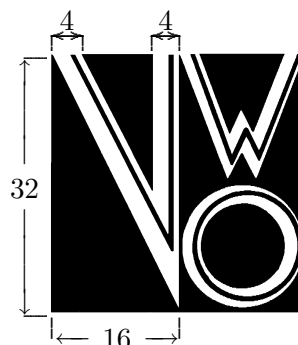


1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 1995–1996 : Eerste Ronde.

De eerste ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen, opgemaakt door de jury van VWO. Het quoteringsysteem werkt als volgt : een deelnemer start met 30 punten. Per goed antwoord krijgt hij of zij 5 punten bij, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 1 punt en een foutief antwoord wordt als 0 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 3 uur.

1.1 De problemen.

1. Bereken de oppervlakte van de letter V in het logo van de VWO.



- (A) 128 (B) 192 (C) 208 (D) 214 (E) 256

2. $\pi^3 \cdot 3^\pi =$

- (A) $(3\pi)^{3\pi}$ (B) $(3\pi)^{3+\pi}$ (C) $(3+\pi)^{3\pi}$
(D) 1 (E) geen van de vorige

3. Als $\frac{a+p}{b-p} = \frac{4a}{3b}$, dan is p gelijk aan

- (A) $\frac{a}{4a-3b}$ (B) $\frac{b}{4a-3b}$ (C) $\frac{ab}{4a-3b}$ (D) $\frac{ab}{4a+3b}$ (E) $\frac{ab}{3a+4b}$

4. Noem n het kleinste element van \mathbb{N}_0 waarvoor het product $1260 \cdot n$ de derdemacht is van een natuurlijk getal. Dan is

- (A) $n < 100$ (B) $100 < n < 500$ (C) $500 < n < 1000$
(D) $1000 < n < 5000$ (E) $5000 < n$

5. Zij $A = \{a, b, c\}$ en $C = \{a, b, d, e\}$. Hoeveel verzamelingen B , bestaande uit letters van ons alfabet, zijn er zodat $B \subset C$ en $A \cap B$ twee elementen heeft?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

⁰©Vlaamse Wiskunde Olympiade v.z.w. 1996. Overname enkel toegelaten mits bronvermelding.

6. Als een regelmatige zeshoek ingeschreven is in een cirkel met straal R , dan is de lengte van een diagonaal die niet door het middelpunt gaat gelijk aan

(A) $R\sqrt{2}$ (B) $\frac{3R}{2}$ (C) $R\sqrt{3}$ (D) $2R$ (E) $R\sqrt{5}$

7. Op hoeveel manieren kan men 10 appels verdelen onder Wim, Tom en Greet zodanig dat Wim er minstens 3 krijgt, Tom en Greet elk minstens 2 en Greet hoogstens 3?

(A) 10 (B) 7 (C) 6 (D) 4 (E) 3

8. De vierkantsvergelijking $ax^2 + bx + a = 0$ met $b > 2a > 0$ heeft

(A) twee gelijke wortels;
(B) twee wortels die elkaars tegengestelde zijn;
(C) twee wortels die elkaars omgekeerde zijn;
(D) twee wortels met een tegengesteld teken en verschillende absolute waarde;
(E) geen reële wortels.

9. Zij $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ een functie met maximumwaarde gelijk aan 5 en met minimumwaarde gelijk aan -17 . We beschouwen de volgende drie uitspraken:

- I. De maximumwaarde van $f(|x|)$ is 5.
II. De maximumwaarde van $|f(x)|$ is 17.
III. De maximumwaarde van $|f(x)|$ is 0.

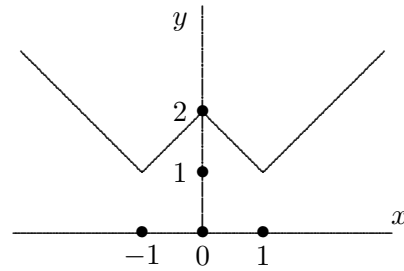
Welke uitspraken zijn in elk geval juist?

(A) enkel I (B) enkel II (C) enkel I en II
(D) enkel II en III (E) I, II en III

10. Het domein van de functie $x \mapsto \sqrt{\sqrt{x-2}-2}$ is

(A) $[0, +\infty[$ (B) $[2, +\infty[$ (C) $[4, +\infty[$ (D) $[6, +\infty[$ (E) $[8, +\infty[$

11. Welk voorschrift levert de volgende grafiek op?



- | | |
|-----------------------------|--------------------------------------|
| (A) $y = x - 1 + 1$ | (B) $y = \left x - 1 \right + 1$ |
| (C) $y = x - 1 + x + 1 $ | (D) $y = \left x + 1 \right + 1$ |
| (E) $y = x^2 - 1 + 1$ | |

12. Voor welke verzameling gehele getallen x is $\frac{x^2 - 4x + 4}{4(x - 2)}$ een geheel getal?

- | | | | | |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|-----------------------|
| (A) $2\mathbb{Z} \setminus \{2\}$ | (B) $2\mathbb{Z}_0$ | (C) $4\mathbb{Z}_0$ | (D) $4\mathbb{Z}_0 + 2$ | (E) $4\mathbb{Z} + 2$ |
|-----------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|-----------------------|

13. Als $0 < x \leq 1$, dan geldt:

- | | |
|---|---|
| (A) $\sqrt{x} \leq x \leq 1 \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$ | (B) $\sqrt{x} \leq x \leq 1 \leq \frac{1}{\sqrt{x}} \leq \frac{1}{x}$ |
| (C) $x \leq \sqrt{x} \leq 1 \leq \frac{1}{\sqrt{x}} \leq \frac{1}{x}$ | (D) $x \leq \sqrt{x} \leq 1 \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}}$ |
| (E) $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{x}} \leq 1 \leq \sqrt{x} \leq x$ | |

14. In een rechthoekige driehoek met zijden A, B, C (en overstaande hoeken respectievelijk a, b, c) is A de langste zijde. Dan geldt:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| (A) $A = B \cos b + C \cos c$ | (B) $A = B \cos b + C \sin c$ |
| (C) $A = B \sin c + C \sin b$ | (D) $A = B \sin b + C \sin c$ |
| (E) $A = B \sin b + C \cos c$ | |

15. Hoeveel van de volgende uitspraken over natuurlijke getallen zijn correct?

- Een oneven getal kan steeds geschreven worden als $4n + 1$ of $4n + 3$ ($n \in \mathbb{N}$).
- Een willekeurig getal kan steeds geschreven worden als $3n, 3n + 1$ of $3n + 2$ ($n \in \mathbb{N}$).
- Een kwadraat van een oneven getal is steeds van de vorm $8n + 1$ ($n \in \mathbb{N}$).
- Een kwadraat heeft steeds de vorm $3n$ of $3n + 1$ ($n \in \mathbb{N}$).

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 0 | (B) 1 | (C) 2 | (D) 3 | (E) 4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

16. De Fibonacci-getallen a_n zijn gedefinieerd door

$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \\ a_1 = a_2 = 1. \end{cases}$$

Het getal a_{13} is

- | | | |
|-----------|---------------------|----------------------|
| (A) even | (B) een kwadraat | (C) deelbaar door 13 |
| (D) priem | (E) deelbaar door 3 | |

17. Een eerste getal bestaat uit twee cijfers gevolgd door een 4; een tweede getal bestaat uit dezelfde twee cijfers in dezelfde volgorde maar voorafgegaan door een 4. Het tweede getal is precies zoveel groter dan 400 als het eerste getal kleiner is dan 400. De som van de twee onbekende cijfers is

- | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|--------|
| (A) 5 | (B) 7 | (C) 9 | (D) 11 | (E) 13 |
|-------|-------|-------|--------|--------|

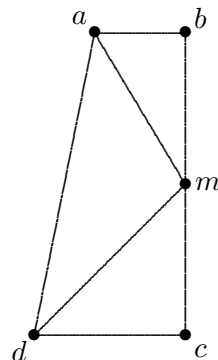
18. De vloer van een rechthoekige kamer is bedekt met vierkante tegels. De kamer is m tegels breed en n tegels lang ($n \geq m$). De helft van de tegels ligt aan de rand. Voor hoeveel afmetingen van de kamer is dit mogelijk?

- | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|----------------|
| (A) geen | (B) 1 | (C) 2 | (D) 3 | (E) meer dan 3 |
|----------|-------|-------|-------|----------------|

19. Dhr. Janssens liegt nooit behalve op woensdag, dan liegt hij altijd. Op welke dag(en) van de week kan hij zeggen: “als ik gisteren niet gelogen heb, dan lieg ik morgen”?

- | | |
|--|--------------------------------|
| (A) enkel dinsdag | (B) enkel donderdag |
| (C) enkel woensdag | (D) enkel dinsdag of donderdag |
| (E) enkel dinsdag, woensdag of donderdag | |

20. De basis $[ab]$ van een rechthoekig trapezium $abcd$ is heeft lengte 12. Het midden van $[bc]$ noemen we m en am staat loodrecht op dm . Voor welke van de onderstaande waarden van $|dc|$ is de hoogte van het trapezium geen geheel getal?

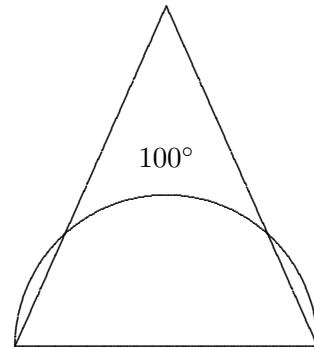


- | | | | | |
|--------|--------|--------|---------|---------|
| (A) 27 | (B) 48 | (C) 75 | (D) 144 | (E) 300 |
|--------|--------|--------|---------|---------|

21. Een cirkel in het vlak met middelpunt $(1, 1)$ gaat door de oorsprong. Hij snijdt van het eerste kwadrant een gebied af met oppervlakte gelijk aan

(A) 2	(B) 4	(C) π	(D) 2π	(E) $\pi + 2$
-------	-------	-----------	------------	---------------

22. Een middellijn van een cirkel is tevens de basis van een gelijkbenige driehoek waarvan de opstaande zijden van de cirkel een boog van 100° afsnijden (zie figuur). De tophoek van die gelijkbenige driehoek is gelijk aan



(A) 30°	(B) 40°	(C) 45°	(D) 50°	(E) 60°
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

23. In een driehoek abc is hoek a gelijk aan 30° en heeft zijde $[ab]$ lengte 10. De lengte van zijde $[bc]$ is een element van de verzameling $\{3, 5, 7, 9, 11\}$. Hoeveel dergelijke niet-congruente driehoeken bestaan er?

(A) 3	(B) 4	(C) 5	(D) 6	(E) 7
-------	-------	-------	-------	-------

24. Er zijn vijf verschillende wegen van stad A naar stad B , drie verschillende wegen van stad B naar stad C en drie verschillende wegen die rechtstreeks van A naar C gaan zonder langs B te passeren. Op hoeveel verschillende manieren kan je van A naar C en terug naar A gaan als je minstens één keer door B wil komen?

(A) 22	(B) 90	(C) 270	(D) 315	(E) 324
--------	--------	---------	---------	---------

25. De familie Peeters heeft 4 kinderen. Het oudste kind is een jongen en men weet dat minstens één van de overige kinderen ook een jongen is. Hoe groot is de kans dat het jongste kind een meisje is?

(A) $\frac{1}{4}$	(B) $\frac{1}{3}$	(C) $\frac{3}{7}$	(D) $\frac{1}{2}$	(E) $\frac{4}{7}$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

26. Om de bladzijden van een zeker boek te nummeren zijn er N cijfers nodig. B.v.: voor een boekje van 11 bladzijden is N gelijk aan 13. Waaraan kan N niet gelijk zijn?

(A) 109 (B) 999 (C) 1992 (D) 1995 (E) 1996

27. Hoeveel priemgetallen zijn er, kleiner dan 10000, waarvan de som van de cijfers 2 is?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) meer dan 5

28. Gegeven een rechthoek, een vierkant en een cirkel met dezelfde oppervlakte. Noem R , V en C de respectieve omtrekken van deze figuren. Dan geldt:

(A) $V \geq R \geq C$ (B) $V \geq C \geq R$ (C) $R \geq V \geq C$
(D) $R \geq C \geq V$ (E) $C \geq R \geq V$

29. Een rechthoekig blad papier is 20 cm breed en 40 cm hoog. Dit blad wordt zo gevouwen dat het rechter benedenhoekpunt p geplaatst wordt in een punt p' van de linkerrand en bovendien zodanig dat de bekomen vouw de rechterrاند en de benedenrand van het blad snijdt. Noem α de scherpe hoek die de vouw met de rechterrاند van het blad maakt. Het interval met de mogelijke waarden van α is

(A) $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ (B) $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ (C) $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$ (D) $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}]$ (E) $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$

30. Twee cilinders met dezelfde straal R hebben assen die elkaar loodrecht snijden. Het volume V van de doorsnede van die cilinders voldoet aan

(A) $V \leq \frac{4}{3}\pi R^3$ (B) $\frac{4}{3}\pi R^3 < V < 2\pi R^3$ (C) $V = 2\pi R^3$
(D) $2\pi R^3 < V < 8R^3$ (E) $8R^3 \leq V$