1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 1992–1993 : Eerste Ronde.

De eerste ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen, opgemaakt door de jury van VWO. Het quoteringssysteem werkt als volgt : een deelnemer start met 30 punten. Per goed antwoord krijgt hij of zij 4 punten bij, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 0 punten en een foutief antwoord wordt als -1 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 3 uur.

1.1 De problemen.[2]

1. $\sqrt[6]{a}\,\sqrt[3]{a}$, met $a > 0$, is gelijk aan

(A) $\sqrt{a}$	(B) $\sqrt[9]{a}$	(C) $\sqrt[12]{a}$	(D) $\sqrt[9]{a^2}$	(E) $\sqrt[18]{a^2}$

2. Hoeveel van de volgende vier uitspraken zijn waar?

$$\begin{aligned} 2^{10} + 2^{10} &= 2^{11} \\ 2^{10} - 2^{10} &= 0^{10} \\ 2^{10} \cdot 2^{10} &= 2^{20} \\ 2^{10} : 2^{10} &= 10^{0} \end{aligned}$$

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 3	(E) 4

3. $1 - \dfrac{1}{\dfrac{1}{x-1} + 1}$ is gelijk aan

(A) 2	(B) $\dfrac{1}{x}$	(C) $-\dfrac{1}{x}$	(D) $x - 1$	(E) $\dfrac{x-1}{x}$

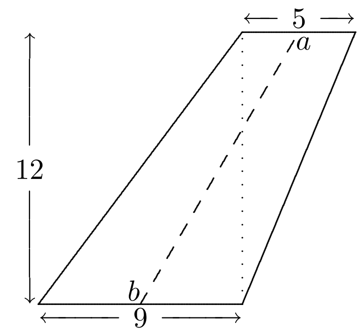
4. Voor hoeveel gehele getallen n is $\sqrt{1-(n+2)^2}$ een reëel getal?

(A) 0	(B) 1	(C) 2	(D) 3	(E) oneindig veel

5. Welk getal is het kleinst?

(A) $0{,}4^2$	(B) $0{,}5^2$	(C) $0{,}5^{-1}$	(D) 5^{-1}	(E) $\sqrt{0{,}25}$

6. Een stomphoekig trapezium (zie figuur) heeft grote basis gelijk aan 9 en kleine basis gelijk aan 5. De hoogte is gelijk aan 12. Bovendien gaat de loodlijn uit een hoekpunt van de kleine basis door het tegenovergestelde hoekpunt van de grote basis. Verbindt men de middens van de kleine basis en de grote basis, dan ontstaat een lijnstuk $[ab]$ waarvan de lengte x voldoet aan

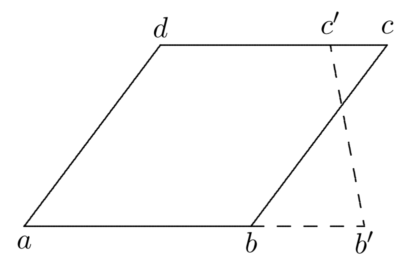


(A) $x \leq 13{,}5$	(B) $13{,}5 < x < 14$	(C) $x = 14$
(D) $14 < x < 14{,}5$	(E) $14{,}5 \leq x$	

7. Hoeveel natuurlijke getallen n met $1 < n < 1000$ zijn een macht met gehele exponent m $(m > 1)$ van een oneven getal dat niet priem is?

(A) 2	(B) 3	(C) 4	(D) 5	(E) 6

8. Gegeven is een parallellogram $abcd$ (zie figuur). De zijde $[dc]$ wordt ingekort met 25%, de zijde $[ab]$ wordt verlengd met 50%. Er ontstaat een trapezium $ab'c'd$. Hoeveel procent is de oppervlakte van dit trapezium groter dan de oppervlakte van het parallellogram $abcd$?



(A) 0%	(B) 12,5%	(C) 20%	(D) 25%	(E) 40%

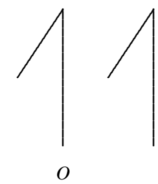
9. $2^{1993} - 1992$ eindigt op

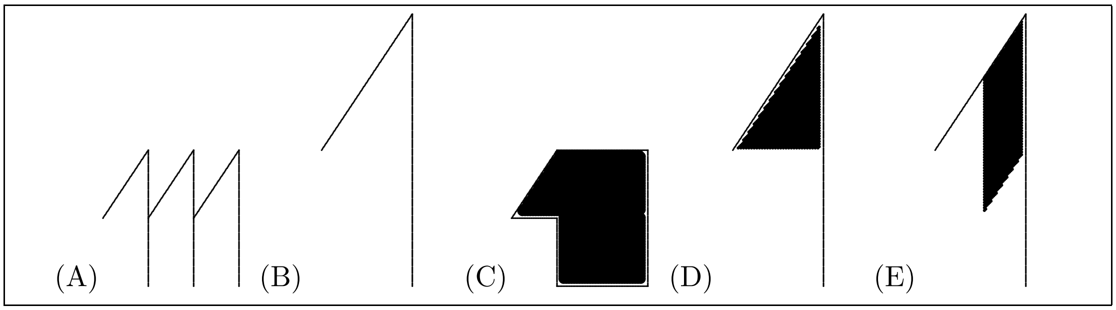
(A) 0	(B) 2	(C) 4	(D) 6	(E) 8

10. Het produkt $(1 + x + x^2 + \cdots + x^{100})(1 + x + x^2 + \cdots + x^{25})$ is een veelterm in x. De coëfficiënt van x^{50} is

(A) 1	(B) 25	(C) 26	(D) 50	(E) 51

11. Hoe ziet de figuur eruit gevormd door de eindpunten van alle vectoren $o\vec{v} + o\vec{w}$ als v het linkse cijfer 1 doorloopt en w het rechtse cijfer 1 doorloopt in de figuur hiernaast?





12. Een vliegtuig op weg van Bombay naar New York maakt een tussenlanding in Londen. Tijdens deze stop moeten de volgende taken uitgevoerd worden.

(1) bagage uitladen (duur : 20 minuten),
(2) passagiers laten uitstappen (duur : 10 minuten),
(3) bagage inladen (duur : 20 minuten, uit te voeren na (1)),
(4) vliegtuig schoonmaken (duur : 15 minuten, uit te voeren na (2)),
(5) bijtanken (duur : 20 minuten),
(6) technische controle (duur : 30 minuten),
(7) maaltijden aan boord brengen (duur : 10 minuten, uit te voeren na (2)),
(8) passagiers laten instappen (duur : 25 minuten, uit te voeren na (4) en (5)).

Hoe lang moet het vliegtuig minstens aan de grond blijven tijdens deze stop?

(A) 30 min	(B) 50 min	(C) 1 u	(D) 1 u 20 min	(E) 2 u 30 min

13. Het papierformaat A4 is zodanig dat de verhouding v van de lange zijde tot de korte zijde dezelfde blijft als men het papier in twee snijdt volgens de lijn die de middens van de lange zijden verbindt. Waaraan voldoet v?

(A) $v = 4$	(B) $v^2 = 4$	(C) $v^3 = 4$	(D) $v^4 = 4$	(E) $v^5 = 4$

14. Op een goniometrische cirkel is

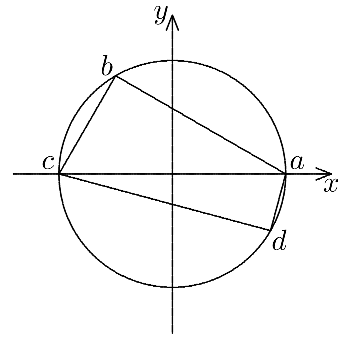
a het beeldpunt van 0°

b het beeldpunt van 120°

c het beeldpunt van 180°

d het beeldpunt van 330°

De oppervlakte van koordenvierhoek $abcd$ is dan gelijk aan



(A) $\sqrt{3}+1$ (B) $\sqrt{3}-1$ (C) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$ (E) $\dfrac{2\sqrt{3}+3}{6}$

15. Tijdens de zomervakantie gingen vijf leerlingen (An, Bart, Carla, Doris, en Erik) regelmatig zwemmen. Het toeval wilde dat telkens één van de vijf ontbrak. An ging het minst vaak (5 keer), Erik het meest (8 keer). Wat kun je zeggen over het aantal zwembeurten van Bart, Carla en Doris?

(A) elk zes (B) elk zeven
(C) twee zes en de andere zeven (D) één zes en de anderen zeven
(E) geen idee want de informatie is onvoldoende

16. De rechte met vergelijking $y = ax$ en deze met vergelijking $y = -x + b$ snijden elkaar in een punt waarvan de twee coördinaten strikt negatief zijn. Hieruit volgt :

(A) $a > 0$ en $b > 0$ (B) $a > 0$ en $b < 0$ (C) $a < 0$ en $b > 0$
(D) $a < 0$ en $b < 0$ (E) $a \cdot b = 0$

17. Zij a, b, $c \in \mathbb{N}_0$. Welke uitspraak is fout?

(A) a deelt $b \Longrightarrow a$ deelt bc (B) a deelt 0
(C) a deelt b en $c \Longrightarrow a$ deelt $2b + 5c$ (D) a deelt b en $c \Longrightarrow a$ deelt bc
(E) a deelt $bc \Longrightarrow a$ deelt b of a deelt c

18. Twee congruente kegels met een hoogte die het dubbel is van de straal R van hun grondvlak hebben een gemeenschappelijke as en zijn zodanig geplaatst dat elk van hen zijn top heeft in het grondvlak van de andere. Het deel van de ruimte ingenomen door deze twee kegels heeft volume

(A) $\dfrac{7}{12}\pi R^3$ (B) $\dfrac{2}{3}\pi R^3$ (C) $\dfrac{7}{6}\pi R^3$ (D) $\dfrac{5}{4}\pi R^3$ (E) $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

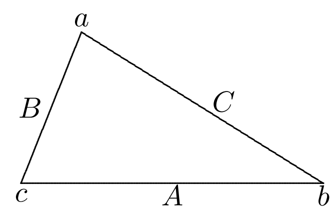
19. We beschikken over een rode, een blauwe en een groene stift en willen de zijden van een gelijkzijdige driehoek kleuren. Op hoeveel verschillende manieren kan dit? (Twee kleuringen van de driehoek worden als gelijk beschouwd als de ene in de andere overgaat door de driehoek **in het vlak** te verplaatsen.)

(A) 6 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 27

20. Als je in $(a^b)^c$ voor a, b en c telkens drie verschillende getallen neemt uit de verzameling $\{0, 1, 2, 3\}$, hoeveel verschillende waarden verkrijg je dan?

(A) 2	(B) 3	(C) 4	(D) 5	(E) 6

21. In driehoek abc staan de zwaartelijnen uit b en c loodrecht op elkaar. Hieruit volgt dat $B^2 + C^2$ gelijk is aan

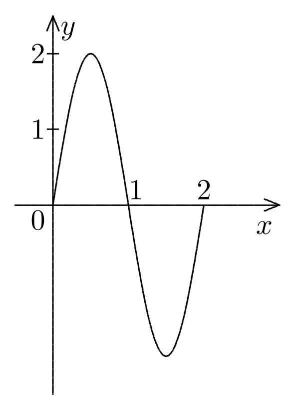


(A) A^2	(B) $2A^2$	(C) $3A^2$	(D) $4A^2$	(E) $5A^2$

22. Een palindroom is een natuurlijk getal dat onveranderd blijft als het van links naar rechts wordt gelezen of van rechts naar links; voorbeelden zijn 121, 0, 2002 en 4. Het aantal palindromen kleiner dan 1 000 000 is

(A) 900	(B) 1991	(C) 1993	(D) 1999	(E) 2220

23. De grafiek hiernaast geeft een volledige periode van een sinusfunctie. Het voorschrift van de functie is

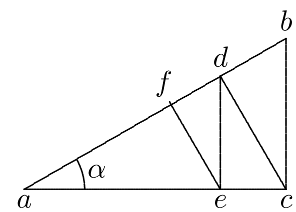


(A) $y = 2\sin\frac{x}{\pi}$	(B) $y = 2\sin\frac{\pi}{2}x$
(C) $y = \sin 2x$	(D) $y = \sin \pi x$
(E) $y = 2\sin \pi x$	

24. Het domein D van de functie $f : x \mapsto \dfrac{x^2}{2x-1}$ is $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$. De beeldverzameling $f(D)$ is

(A) $\mathbb{R}\setminus]-1,0[$	(B) $\mathbb{R}\setminus]0,1[$	(C) $\mathbb{R}\setminus]-2,0[$
(D) $\mathbb{R}\setminus]0,2[$	(E) $\mathbb{R}$	

25. In een rechthoekige driehoek abc is $|ab| = 4$ en $\widehat{a} = \alpha$. Verder is $cd \perp ab$, $de \perp ac$ en $ef \perp ab$. De lengte van $[ef]$ is gelijk aan



(A) $4\sin^4\alpha$	(B) $4\sin^3\alpha \cdot \cos\alpha$	(C) $4\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$
(D) $4\sin\alpha \cdot \cos^3\alpha$	(E) $4\cos^4\alpha$	

26. Als de hoeken α, β en γ van een driehoek opeenvolgende termen zijn van een rekenkundige rij, dan is

$$\frac{\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma}{\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma}=$$

(A) $3\sqrt{3}$	(B) $\sqrt{3}$	(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	(D) 1	(E) $\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$

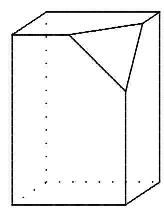
27. Een geslacht bestaat uit een stamouderpaar dat drie kinderen heeft waarvan er twee huwen en één niet. Bij elk gehuwd paar doet zich dezelfde situatie voor (drie kinderen waarvan er twee huwen en één niet). Hoeveel personen komen er dan maximaal voor in de stamboom tot en met de tiende generatie volgend op de stamouders (alle echtgenoten worden meegerekend)?

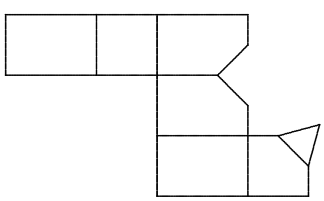
(A) 4095	(B) 4102	(C) 4104	(D) 5115	(E) 5117

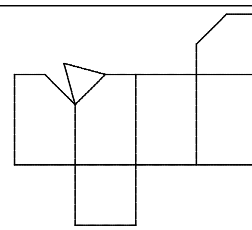
28. We stellen door $\lfloor x \rfloor$ het grootste geheel getal voor dat kleiner is dan of gelijk aan x. Zij $x, y \in \mathbb{R}$. Welke van de volgende uitspraken is juist?

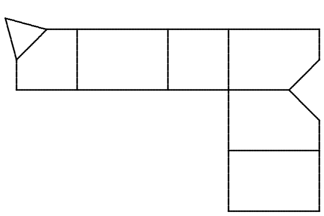
(A) $\lfloor x+y \rfloor = \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor$ (B) $\lfloor x+y \rfloor = \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor + 1$
(C) $\lfloor x+y \rfloor > \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor$ (D) $\lfloor x+y \rfloor \leq \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor$
(E) $\lfloor x+y \rfloor \leq \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor + 1$

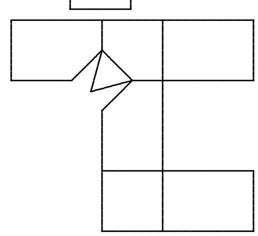
29. De ruimtefiguur hiernaast is een balk waarvan in een hoekpunt een piramide is weggenomen. Welke van de volgende ontwikkelingen (op schaal getekend) is deze van de ruimtefiguur?

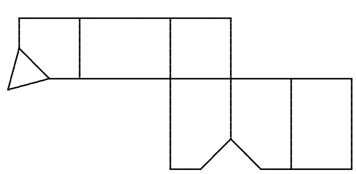


(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


30. Voor hoeveel natuurlijke getallen n, met $100 \leq n \leq 200$, is de breuk $\dfrac{n^2-3}{n^2-1}$ vereenvoudigbaar?

(A) 0	(B) 25	(C) 50	(D) 76	(E) 101