1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 1987-1988 : Eerste Ronde.

De eerste ronde bestaat steeds uit 30 meerkeuzevragen, opgemaakt door de jury van VWO. Het quoteringssysteem werkt als volgt: een deelnemer start met 30 punten, per goed antwoord krijgt hij 4 punten bij, een blanco antwoord bezorgt hem 0 punten en een foutief antwoord wordt als -1 aangerekend.

1.1 De problemen.

1. Voor hoeveel $x-$waarden behorende tot $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$ is

$$\frac{2x^2 - 13x + 15}{x - 3}$$

negatief of nul?

A. 1 *B.* 2 *C.* 3 *D.* 4 *E.* 5

---

2. Hoeveel getallen met vier cijfers moet men ten minste nemen om zeker te zijn dat er twee dezelfde som van de cijfers hebben?

A. 36 *B.* 37 *C.* 40 *D.* 41 *E.* geen van de vorige

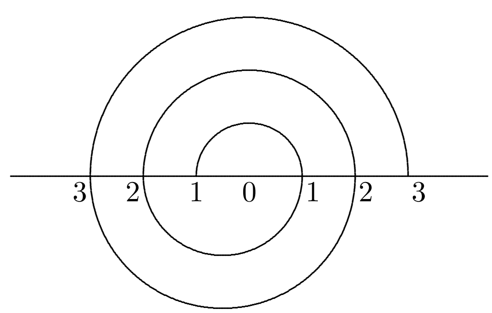
---

3. 2^{1988} eindigt op

A. 1 *B.* 2 *C.* 4 *D.* 6 *E.* 8

---

4. Men vormt een spiraal door het continu aaneensluiten van halve cirkels, beginnend met een halve cirkel met diameter 2, vervolgens diameter 3, diameter 4,... . Hoe lang is de spiraal gevormd door 100 zulke halve cirkels?



A. 2525π *B.* 2550π *C.* 2575π *D.* 5100π *E.* 5150π

---

5. Laat $\vec{u}$ en $\vec{v}$ eenheidsvectoren zijn in het vlak. Dan is $\vec{u} + \vec{v}$ een eenheidsvector als en slechts als

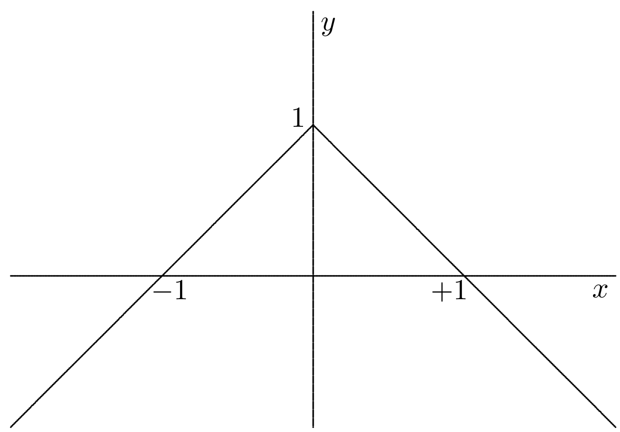
A. $\vec{u}.\vec{v} = 0$ *B.* $\vec{u}.\vec{v} = -\dfrac{1}{2}$ *C.* $\vec{u}.\vec{v} = 1$ *D.* $\vec{u}.\vec{v} = -1$ *E.* altijd

6. Gegeven zijn de funkties f en g in $\mathbb{R}$ met $f(x) = \sqrt{1-x}$ en $g(x) = \sqrt{x-1}$. Het domein van de samengestelde funktie $f \circ g$ is dan

$A.\quad \{1\} \quad B.\quad [-1,1] \quad C.\quad [1,2] \quad D.\quad [0,1] \quad E.\quad [1,+\infty[$

---

7. Ziehier de grafische voorstelling van een relatie in $\mathbb{R}$.



Het voorschrift van deze relatie is

$A.\quad x+|y|=1 \quad B.\quad |x|+y=1 \quad C.\quad |x|+|y|=1 \quad D.\quad |x+y|=1$
$E.\quad |x|-y=1$

---

8. Zij $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}: x \mapsto \max\{\sin x, \cos x\}$ (d.w.z. die x afbeeldt op het grootste van de twee getallen $\sin x$ en $\cos x$). Dan is $f(\mathbb{R})$ gelijk aan

$A.\quad \mathbb{R} \quad B.\quad [-1,1] \quad C.\quad [-\frac{\sqrt{2}}{2},1] \quad D.\quad [0,1] \quad E.\quad \{1\}$

---

9. Gegeven de veeltermen x^2+1, x^3+1, x^4+1, x^5+1, x^6+1. Nnewline Hoeveel van deze veeltermen kunnen worden ontbonden als produkt van veeltermen met lagere graad en met reële coëfficiënten?

$A.\quad 0 \quad B.\quad 1 \quad C.\quad 2 \quad D.\quad 3 \quad E.\quad 4$

---

10. Als $a\in\mathbb{R}, a\neq 1, n\in\mathbb{N}_0$, dan geldt

$$a+a^2+a^3+...+a^n=$$

$A.\quad \frac{a-a^{n+1}}{1-a} \quad B.\quad \frac{1-a^n}{1-a} \quad C.\quad \frac{1-a^{n+1}}{1-a} \quad D.\quad \frac{a-a^n}{1-a} \quad E.\quad \frac{a^n-a}{1-a}$

11. Hoeveel getallen kleiner dan 100 zijn het produkt van een priemgetal met het kwadraat van een ander priemgetal?

$A.$ 4 $B.$ 5 $C.$ 15 $D.$ 17 $E.$ 44

12. Wat weet je van een reëel getal x dat voldoet aan

$$\sqrt{(1-x)^2} = 1 - x \ ?$$

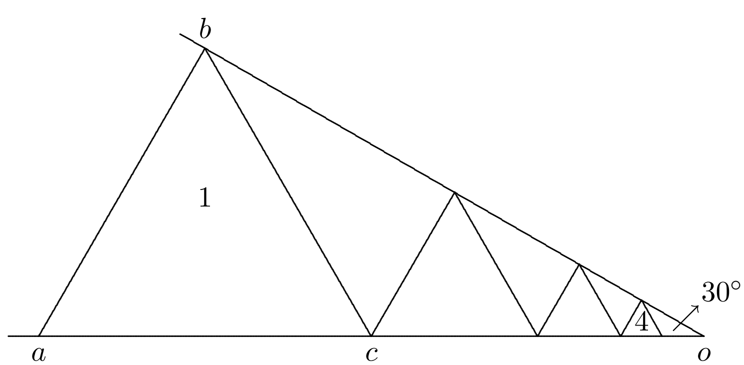
$A.$ x is willekeurig $B.$ $x = 1$ $C.$ $x = 0$ $D.$ $x \leq 0$ $E.$ $x \leq 1$

13. De unie (vereniging) van alle intervallen in $\mathbb{R}$ van de vorm

$$[1 + \frac{1}{n}, 5 - \frac{2}{n}] \text{ met } n \in \mathbb{N}_0 \text{ is}$$

$A.$ $[1,5]$ $B.$ $]1,5[$ $C.$ $[\frac{3}{2},4]$ $D.$ $[2,3]$ $E.$ $]1,5]$

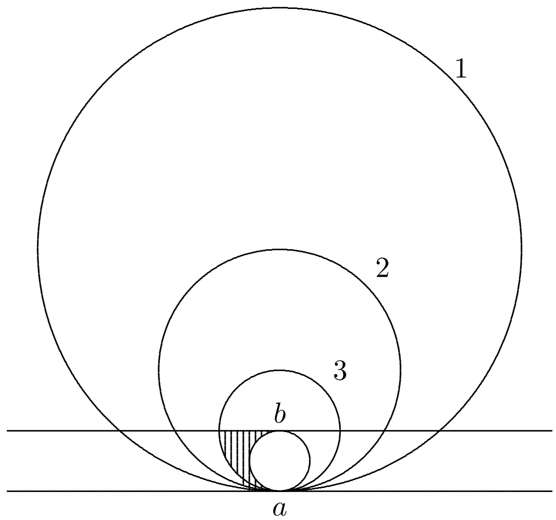
14. In het binnengebied van een sector van 30° tekent men een eerste gelijkzijdige driehoek abc met $ab \perp ob$. Volgens hetzelfde procédé tekent men nog drie driehoeken er bij.



De verhouding van de oppervlakte van driehoek 4 tot de oppervlakte van driehoek 1 is

$A.$ $\frac{1}{8}$ $B.$ $\frac{1}{16}$ $C.$ $\frac{1}{32}$ $D.$ $\frac{1}{64}$ $E.$ $\frac{1}{128}$

15. Vier cirkels raken elkaar in een punt a zoals aangegeven op de figuur. De straal van de grootste cirkel is R en elke kleinere cirkel gaat door het middelpunt van de juist grotere. In b (het diametraal tegengesteld punt van a) trekt men een raaklijn aan de vierde cirkel.



Hoe groot is de gearceerde oppervlakte?

$A.\ \dfrac{\pi R^2}{16}\quad B.\ \dfrac{\pi R^2}{64}\quad C.\ \dfrac{3\pi R^2}{64}\quad D.\ \dfrac{3\pi R^2}{128}\quad E.\ \dfrac{\pi R^2}{128}$

16. De ribben van een kubus worden met 25% verlengd. Met hoeveel % (eventueel afronden op 1% na) wordt de inhoud vergroot?

A. 25% *B.* 75% *C.* 95% *D.* 125% *E.* 625%

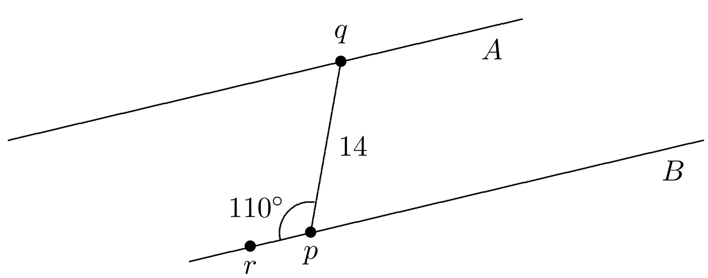
---

17. Als $f(m,n) = f(m+1, n-1)$, met $m \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$ en $f(m,0) = m$, dan is $f(101, 11) =$

A. 90 *B.* 102 *C.* 111 *D.* 112 *E.* 122

---

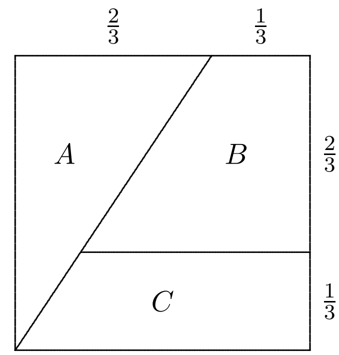
18. Gegeven twee evenwijdige rechten A en B en punten p, q en r op deze rechten zodanig dat $\| pq \| = 14$ en $\widehat{rpq} = 110°$.



Welke is de afstand tussen beide evenwijdige rechten?

$A.\ 14\cos 110°\quad B.\ 14\sin 110°\quad C.\ 14\cos 70°\quad D.\ \dfrac{14}{\cos 110°}\quad E.\ \dfrac{14}{\sin 110°}$

19. De punten x en y worden genomen zo dat ze de zijde van een vierkant verdelen in een $\frac{2}{3} \leftrightarrow \frac{1}{3}$ verhouding (zie figuur).



Dan geldt voor de oppervlakten A, B en C

A. $C < A < B$ *B.* $A < C < B$ *C.* $B < C < A$
D. $C < B < A$ *E.* $A = B = C$

---

20. Zij $k \in \mathbb{Z}$ en $M = \sqrt{(k^2+1)(k+1)^2+k^2}$.
Dan geldt

A. $M \geq k^2$ *B.* $M \leq k^2+4$ *C.* M even
D. M oneven *E.* M hoeft niet geheel te zijn

---

21. Uit $a < b$ met $a, b \in \mathbb{R}$ volgt

A. $|a| < |b|$ *B.* $a^2 < b^2$ *C.* $a^3 < b^3$ *D.* $a^4 < b^4$ *E.* $\sqrt{|a|} < \sqrt{|b|}$

---

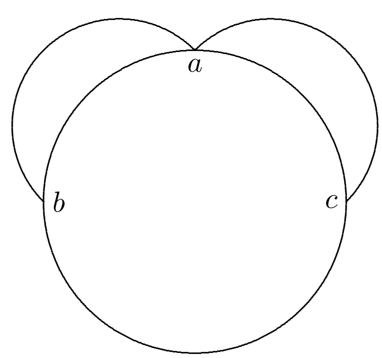
22. Wat is het minimaal aantal stompe hoeken van een convexe veelhoek met n zijden ($n \geq 5$)?

A. 0 *B.* 1 *C.* $n-3$ *D.* $n-2$ *E.* $n-1$

---

23. Hoe groot is de oppervlakte van de beide oren van "Mickey Mouse", als men weet dat de grote cirkel straal 1 heeft, de rand van de oren halve cirkels zijn, en a het midden is van de halve cirkel bc?

A. 1 *B.* $\frac{\pi}{2}$ *C.* $\frac{\pi}{3}$ *D.* $\frac{\pi}{4}$ *E.* $\pi - 2$



---

24. Hoeveel verschillende koppels reële getallen behoren tot ten minste 2 van de volgende 3 verzamelingen:

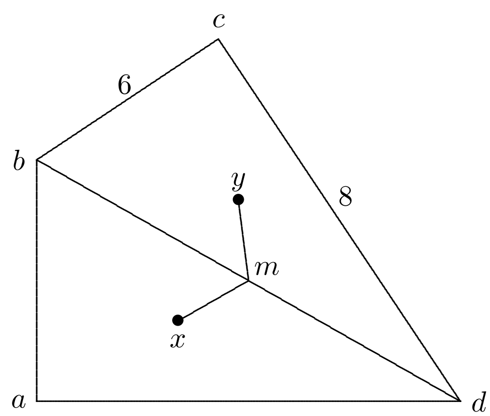
$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = x - 2\}$$

$$Y = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = (x - 2)^2\}$$

$$Z = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = (x - 2)^3\}$$

A. 1 *B.* 2 *C.* 3 *D.* 4 *E.* meer dan 4

25. In de vierhoek $abcd$ zijn de hoeken $\hat{a}$ en $\hat{c}$ recht en is m het midden van de diagonaal $[bd]$. Verder is x het zwaartepunt van driehoek abd en y het zwaartepunt van driehoek cbd. Hoe groot is de som van de afstanden van x tot m en van m tot y, als je weet dat $\| bc \| = 6$ en $\| cd \| = 8$?



A. $\frac{5}{3}$ *B.* $\frac{9}{3}$ *C.* $\frac{10}{3}$ *D.* $\frac{12}{3}$ *E.* $\frac{15}{3}$

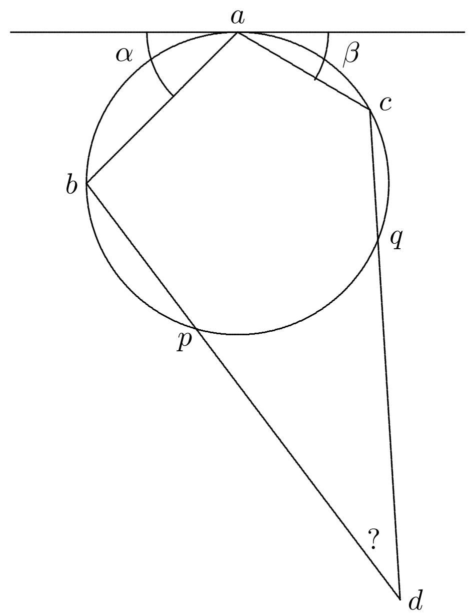
---

26. Als we de bal naar een basketring werpen hebben we succes (als de bal door het net gaat) of hebben we pech. Veronderstel dat we 6 keer werpen. Als de uitspraak ïk heb ten minste 4 keer succes gehad" onwaar is, welke uitspraak is dan wel waar?

A. Ik heb ten minste 3 keer pech gehad.
B. Ik heb ten minste 4 keer pech gehad.
C. Ik heb ten hoogste 2 keer succes gehad.
D. Ik heb ten hoogste 4 keer pech gehad.
E. Ik heb ten hoogste 4 keer succes gehad.

---

27. Door de hoekpunten a, b en c van nevenstaande convexe vierhoek $abdc$ wordt een cirkel geconstrueerd, alsook de raaklijn in a aan de cirkel (d ligt buiten de cirkel). Die raaklijn maakt met ab en ac de hoeken α en β (zie figuur) waarvan de som 80° is. Hoe groot is de hoek in d als je weet dat $\widehat{pq}$ een kwart cirkelboog is? (p en q zijn de snijpunten van de cirkel met resp. bd en cd)



A. 30° *B*. 35° *C*. 40° *D*. 45°
E. te weinig gegevens om die hoek te kunnen bepalen

28. De grafieken van $y = ax$ en $y = b - x$ snijden elkaar in het punt (p, q) van het derde kwadrant (dus $p < 0$, $q < 0$). Hieruit volgt dat

$A.\quad p > q \quad B.\quad p = q \quad C.\quad p < q \quad D.\quad ab < 0 \quad E.\quad ab > 0$

---

29. Een aantal jaren geleden werd een internationaal codeersysteem voor boeken ingevoerd. Elk boek krijgt sindsdien een ISBN (International Standard Book Number) toegekend. Zo'n nummer bestaat uit 10 cijfers. Als een ISBN nummer er b.v. als volgt uitziet

$$x_1/x_2x_3/x_4x_5x_6x_7x_8x_9/x_{10}$$

dan is steeds voldaan aan

$$\sum_{i=1}^{10} ix_i \text{ is een } 11\text{−voud.}$$

Bij het elektronisch doorsturen van een ISBN code zijn storingen opgetreden, waardoor men enkel het volgende met zekerheid juist ontving:

$$0/20/?1?502/7.$$

Hoeveel verschillende ISBN codes zijn nog mogelijk, vertrekkende van dit onvolledig nummer?

$A.\quad 1 \qquad B.\quad 3 \qquad C.\quad 5 \qquad D.\quad 7 \qquad E.\quad 9$

---

30. Hoeveel symmetrievlakken heeft een kubus?

$A.\quad 3 \qquad B.\quad 4 \qquad C.\quad 6 \qquad D.\quad 9 \qquad E.\quad 12$
