

1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 1986–1987: Eerste Ronde.

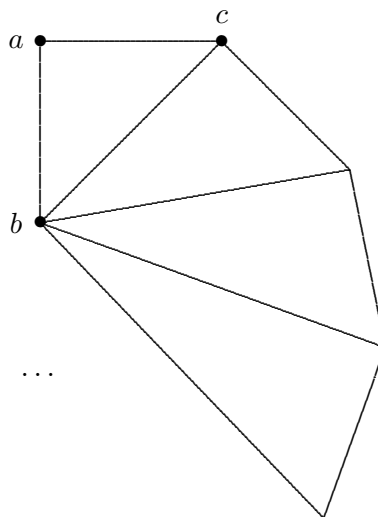
De eerste ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringsysteem werkt als volgt : een deelnemer start met 30 punten. Per goed antwoord krijgt hij of zij 4 punten bij, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 0 punten en een foutief antwoord wordt als -1 aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 3 uur.

1.1 De problemen.

1. De grafiek van een kwadratische functie $f(x)$ snijdt de Y -as in $+16$ en de X -as in $+2$ en $+8$. De kleinste waarde van $f(x)$ is gelijk aan

(A) -16	(B) -9	(C) -6	(D) -5	(E) 5
-----------	----------	----------	----------	---------

2. Vertrekkend van een gelijkbenige rechthoekige driehoek abc met rechthoekszijden 1 , als eerste driehoek bouwt men nieuwe rechthoekige driehoeken aan zodanig dat een rechthoekszijde samenvalt met de schuine zijde van de vorige driehoek en de andere rechthoekszijde opnieuw 1 is. Waaraan is de oppervlakte van de 8 ste driehoek in de constructie gelijk?



(A) $\frac{\sqrt{7}}{2}$	(B) $\frac{3}{2}$	(C) $2\sqrt{2}$	(D) $\sqrt{2}$	(E) 4
--------------------------	-------------------	-----------------	----------------	---------

3. De helft van -2^{-2} is gelijk aan

(A) -1	(B) $-\frac{1}{2}$	(C) $-\frac{1}{8}$	(D) $\frac{1}{8}$	(E) 2
----------	--------------------	--------------------	-------------------	---------

4. Welke van de volgende vijf uitspraken is waar?

(A) Het kwadraat van een oneven getal is soms even
(B) Als x even is, zijn x en $2x$ twee opeenvolgende even getallen
(C) Als x even is, is $(x - 1)(x + 1)$ oneven
(D) Als x even is, is $107x$ soms oneven
(E) Als x en y oneven zijn, is $3(x + y)$ oneven

5. Als $V = \{a, b, \{c, d\}\}$ dan geldt

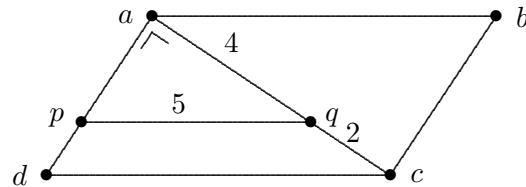
- | | | |
|------------------------------|--------------------------|--------------------------------|
| (A) $c \in V$ | (B) $\{c, d\} \subset V$ | (C) $\{a, b, c, d\} \subset V$ |
| (D) $\{\{c, d\}\} \subset V$ | (E) $\{c\} \in V$ | |

6. Zij $m \in \mathbb{R}_0$ dan heeft de vergelijking

$$x^5 + mx^4 + m^2x^3 + m^3x^2 + m^4x + m^5 = 0$$

- | |
|---|
| (A) 5 verschillende reële oplossingen |
| (B) precies 3 verschillende reële oplossingen waarvan er 2 dubbele wortels zijn |
| (C) precies 3 verschillende reële oplossingen die elk één keer voorkomen |
| (D) juist 1 reële oplossing die driemaal voorkomt |
| (E) juist 1 reële oplossing die éénmaal voorkomt |

7. In het getekende parallellogram $abcd$ is $|aq| = 4$, $|qc| = 2$, $|pq| = 5$, $pq \parallel cd$ en cad een rechte hoek.

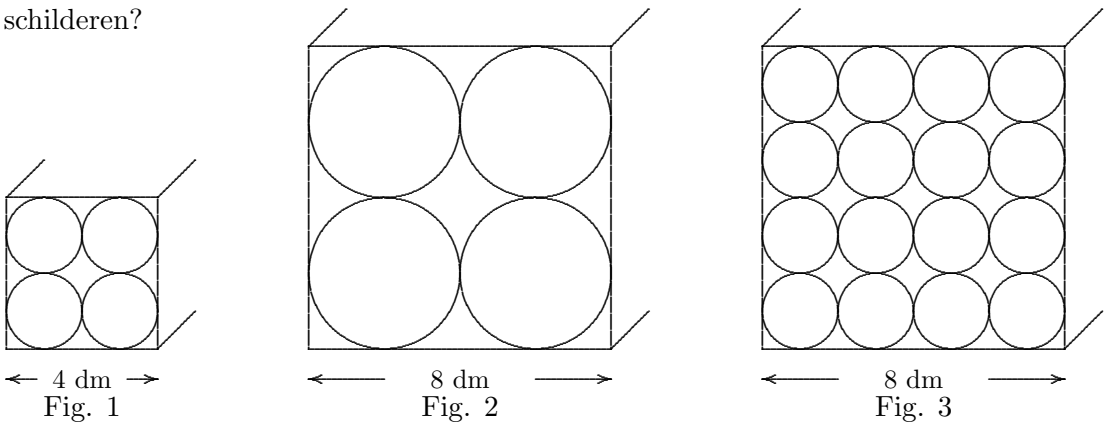


Wat is de oppervlakte van dit parallellogram?

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 18 | (B) 24 | (C) 27 | (D) 30 | (E) 36 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

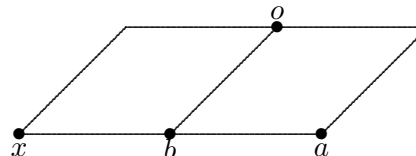
8. In een kubus met ribbe van 4 dm passen precies 8 bollen met straal 1 dm (zie Figuur 1). Om die 8 bollen te schilderen heeft men 1 liter verf nodig. In een tweede kubus met ribbe 8 dm passen ook precies 8 bollen maar zij hebben dan ook een straal van 2 dm (zie Figuur 2). Een derde kubus heeft ook een ribbe van 8 dm maar nu liggen er zowel in de breedte, als in de hoogte, als in de diepte 4 bollen (i.p.v. 2) naast elkaar (zie Figuur 3).

Hoeveel liter verf heeft men nodig om de bollen van de tweede en de derde kubus te schilderen?



- | | | | | |
|-------|-------|--------|--------|--------|
| (A) 4 | (B) 8 | (C) 10 | (D) 12 | (E) 16 |
|-------|-------|--------|--------|--------|

9. De getekende figuur bestaat uit 2 ruiten die tesamen een parallellogram vormen. Als we vector \vec{ox} verkort door \vec{x} voorstellen dan is \vec{x} gelijk aan



- (A) $2\vec{ab}$ (B) $\vec{b} - \vec{a}$ (C) $2\vec{a} - \vec{b}$ (D) $\vec{a} - 2\vec{b}$ (E) $2\vec{b} - \vec{a}$

10. Een tafel kost inclusief de BTW van 19%, x fr. Zonder de BTW kost deze tafel (in fr.)

- (A) $\frac{x}{1,19}$ (B) $0,81x$ (C) $x - 0,19x$ (D) $\frac{x}{0,81}$ (E) $0,19x$

11. Laat α en β reële getallen zijn zodanig dat $\alpha + \beta = 1$ en $-\alpha\beta = 1$. Welke van de volgende gelijkheden is juist?

- (A) $\alpha^2 + \beta^2 = 2$ (B) $\alpha^3 + \beta^3 = 3$ (C) $\alpha^4 + \beta^4 = 6$
 (D) $\alpha^5 + \beta^5 = 12$ (E) $\alpha^6 + \beta^6 = 18$

12. De inverse functie (voor de samenstelling) van $f(x) = 2x^3 + 1$ is

- (A) $g_1(x) = \frac{1}{2x^3 + 1}$ (B) $g_2(x) = \frac{2}{x^3} + 1$ (C) $g_3(x) = 2\sqrt[3]{x} + 1$
 (D) $g_4(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}$ (E) $g_5(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{2} - 1$

13. Hoeveel woorden van 4 verschillende letters kan men vormen als 2 van de 4 letters die er in voorkomen gekend zijn?

- (A) 2208 (B) 6624 (C) 13248 (D) 13824 (E) 16224

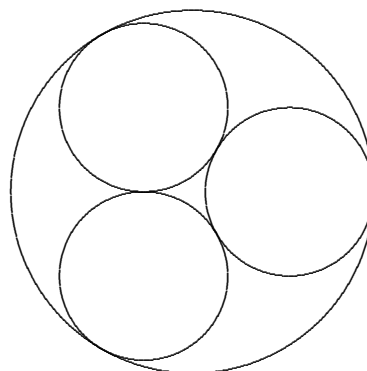
14. De vergelijking

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = k$$

heeft in $[0, \frac{\pi}{2}]$ precies twee verschillende wortels als en slechts als

- (A) $k \geq 0$ (B) $k \geq 2$ (C) $k > 2$ (D) $k \geq 4$ (E) $k > 4$

15. Drie cirkels met zelfde straal r liggen binnen een grotere cirkel met straal R zodanig dat ze elkaar twee aan twee raken en zodanig dat ze alle drie de grote cirkel raken. Welke van de volgende betrekkingen is correct?



- | | | |
|------------------------------------|------------------------|----------------------------|
| (A) $r = \frac{R}{3}$ | (B) $r = \frac{R}{2}$ | (C) $r = R(2\sqrt{3} - 3)$ |
| (D) $r = R \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ | (E) geen van de vorige | |

16. Hoeveel reële oplossingen heeft de vergelijking

$$|2x - 3| + |x - 3| = |4x - 1|?$$

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 8 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

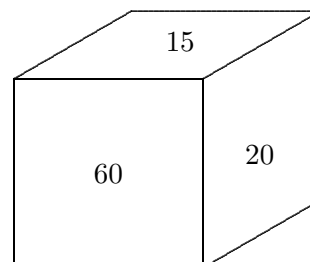
17. Is $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ dan

- | | | |
|--|--|---|
| (A) $\frac{1}{2} \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ | (B) $\frac{1}{2} \leq \cos x \leq 1$ | (C) $0 \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| (D) $-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ | (E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x \leq \frac{1}{2}$ | |

18. Het aantal positieve delers van 10125×10^3 is

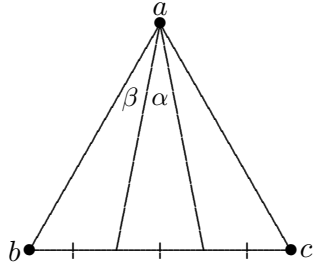
- | | | | | |
|--------|--------|---------|---------|----------|
| (A) 16 | (B) 72 | (C) 140 | (D) 625 | (E) 8192 |
|--------|--------|---------|---------|----------|

19. Op deze kubus staan zes verschillende natuurlijke getallen waarvan de som 350 niet overschrijdt. Eén van de twee getallen die op twee evenwijdige, tegenover elkaar liggende vlakken staan is steeds een drie- of viervoud van het andere getal. Wat is de som van de drie ontbrekende getallen?



- | | | |
|--------------------|---------|---------|
| (A) minder dan 230 | (B) 230 | (C) 245 |
| (D) 250 | (E) 265 | |

20. In een gelijkzijdige driehoek abc zijn de drie lijnstukjes op de basis $[bc]$ even lang. Dan is



- | | |
|--|--|
| (A) $\alpha = \beta$ en $\alpha + \beta = 40^\circ$ | (B) $\alpha < 20^\circ < \beta$ en $\alpha + \beta < 40^\circ$ |
| (C) $\alpha < 20^\circ < \beta$ en $\alpha + \beta > 40^\circ$ | (D) $\beta < 20^\circ < \alpha$ en $\alpha + \beta < 40^\circ$ |
| (E) $\beta < 20^\circ < \alpha$ en $\alpha + \beta > 40^\circ$ | |

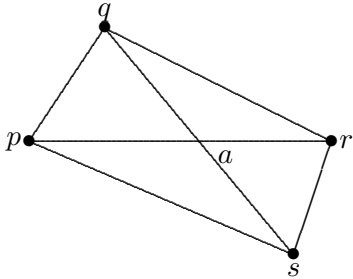
21. $a, n \in \mathbb{N}_0$ en a^n geeft bij deling door 73 rest 2, a^{n+1} geeft bij deling door 73 rest 69. Voor de rest r bij deling van a door 73 geldt

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| (A) $0 \leq r < 10$ | (B) $10 \leq r < 30$ | (C) $30 \leq r < 50$ |
| (D) $50 \leq r < 70$ | (E) $r \geq 70$ | |

22. In een roostervoorstelling van een relatie R in een verzameling A duidt men door middel van stippen aan welke koppels tot de relatie behoren. Hoeveel verschillende reflexieve relaties bestaan er in een verzameling van 3 elementen?

- | | | | | |
|-------|-------|--------|--------|---------|
| (A) 8 | (B) 9 | (C) 36 | (D) 64 | (E) 512 |
|-------|-------|--------|--------|---------|

23. Zij $pqrst$ een convexe vierhoek en a het snijpunt van zijn diagonalen pr en qs . De oppervlakten van de driehoeken pqa , qra , rsa zijn respectievelijk 72 , 54 , 72 m^2 . De oppervlakte van de driehoek spa is dan (in m^2)



- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|---------|
| (A) 54 | (B) 60 | (C) 90 | (D) 96 | (E) 108 |
|--------|--------|--------|--------|---------|

24. Zij $a, b \in \mathbb{R}$, $0 < a < b$ dan geldt

- | | | | | |
|---------------|---------------|--------------------|-----------------------|---------------------------|
| (A) $a < b^2$ | (B) $a < a^2$ | (C) $\sqrt{a} < a$ | (D) $\frac{1}{a} > b$ | (E) $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ |
|---------------|---------------|--------------------|-----------------------|---------------------------|

25. Welke van de volgende getallen is irrationaal?

- | | |
|-------------------------------|---------------------|
| (A) 0,01001000100001000001... | (B) 0,1010101010... |
| (C) 0,3250202020202... | (D) 0,9999999... |
| (E) 3,14 | |

26. A en B zijn verzamelingen. Welk van de volgende uitspraken is FOUT?

- | |
|--|
| (A) $x \notin A \cup B \Leftrightarrow x \notin A$ en $x \notin B$ |
| (B) $x \in A$ en $x \in B \Rightarrow x \in A \cup B$ |
| (C) $x \in A$ en $x \notin B \Rightarrow x \notin A \cap B$ |
| (D) $x \notin A \cap B \Leftrightarrow x \notin A$ en $x \notin B$ |
| (E) $x \in \emptyset \Rightarrow x \in A \cup B$ |

27. Welk van de volgende functies van \mathbb{R} naar \mathbb{R} heeft periode 3π

- | | | |
|-----------------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| (A) $f_1(x) = \frac{3}{2} \sin x$ | (B) $f_2(x) = \sin(x + \pi)$ | (C) $f_3(x) = \sin(\frac{2x}{3} + 1)$ |
| (D) $f_4(x) = \sin \frac{3x}{2}$ | (E) $f_5(x) = 3 \sin 2x$ | |

28. De oplossingenverzameling in \mathbb{R} van $\frac{1}{x} < 3$ is

- | | | |
|---|---|---|
| (A) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{1}{3}\}$ | (B) $]0, \frac{1}{3}[$ | (C) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{1}{3}\}$ |
| (D) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$ | (E) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \notin [0, \frac{1}{3}]\}$ | |

29. De cijfers van 1 tot en met 9 zet men in willekeurige volgorde achter elkaar. Zo bekomt men een getal van 9 cijfers. Wat is de kans dat dit getal deelbaar is door 18?

- | | | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|
| (A) $\frac{1}{18}$ | (B) $\frac{4}{9}$ | (C) $\frac{1}{2}$ | (D) $\frac{5}{9}$ | (E) $\frac{17}{18}$ |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|

30. Hoeveel getallen bestaande uit 3 oneven niet noodzakelijk verschillende cijfers, zijn deelbaar door 3?

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 30 | (B) 40 | (C) 41 | (D) 50 | (E) 72 |
|--------|--------|--------|--------|--------|