# 1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 1985-1986: Eerste Ronde.

De eerste ronde bestaat uit 30 meerkeuzevragen. Het quoteringssysteem werkt als volgt : een deelnemer start met 30 punten. Per goed antwoord krijgt hij of zij 4 punten bij, een blanco antwoord bezorgt hem of haar 0 punten en een foutief antwoord wordt als $-1$ aangerekend. De voorziene antwoordduur bedraagt 3 uur.

## 1.1 De problemen.

1. Het scalair product (inproduct) van twee vectoren $\vec{u}$ en $\vec{v}$ wordt voorgesteld door $\vec{u}.\vec{v}$. Men weet nu van drie vectoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ en $\vec{c}$ dat $\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} = 0$. Hieruit volgt dat

| | |
|---|---|
| (A) $\vec{c} = -\vec{a}$ | (B) $\vec{b}$ orthogonaal is met $\vec{a} + \vec{c}$ |
| (C) $\vec{b} = \vec{0}$ of $\vec{a} + \vec{c} = \vec{0}$ | (D) $\vec{a}, \vec{b}$ en $\vec{c}$ collineair zijn |
| (E) $\vec{a}$ orthogonaal is met $\vec{b}$ en $\vec{c}$ is orthogonaal met $\vec{b}$ | |

2. Beschouw de volgende vierkantsvergelijking in $x$:

$$\sin\alpha . x^2 - \cos\alpha . x + \mathrm{tg}\alpha = 0,$$

waarbij $\alpha$ een constante is ($\neq k\frac{\pi}{2}$ met $k \in \mathbb{Z}$). Wanneer men de som en het product van de wortels van deze vierkantsvergelijking vermenigvuldigt, dan vindt men

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 1 | (B) $\sin\alpha$ | (C) $-\sin\alpha$ | (D) $-\dfrac{1}{\sin\alpha}$ | (E) $\dfrac{1}{\sin\alpha}$ |

3. Hoeveel verschillende delers heeft het getal 30030 (= 2.3.5.7.11.13)?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 6 | (B) 36 | (C) 62 | (D) 64 | (E) 128 |

4. Een brandweerman staat op de middelste sport van een brandweerladder tijdens het blussen van een brand. Als de rook wat minder dik is, kan hij 9 treden hoger klimmen om beter het bluswerk te doen. Een tijdje later wordt de rook weer dikker en moet hij 11 treden terug naar beneden. Tenslotte is de rookontwikkeling praktisch opgehouden en kan hij tot boven aan de ladder op de hoogste sport klimmen en dit betekent 17 treden naar omhoog. Het aantal sporten van de ladder is

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 29 | (B) 30 | (C) 31 | (D) 32 | (E) 33 |

5. $\dfrac{1}{4}$ van $8^{16}$ is

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) $2^{16}$ | (B) $4^{23}$ | (C) $8^4$ | (D) $2^{24}$ | (E) $4^8$ |

6. Eén van de hoeken van een driehoek heeft maat $\alpha$, een tweede hoek heeft maat $2\alpha$. De cosinus van de derde hoek is

| | | |
|---|---|---|
| (A) $-\cos 3\alpha$ | (B) $\cos(2\pi - 3\alpha)$ | (C) $\cos 3\alpha$ |
| (D) $\cos(\frac{\pi}{2} + 3\alpha)$ | (E) $\cos(\frac{\pi}{2} - 3\alpha)$ | |

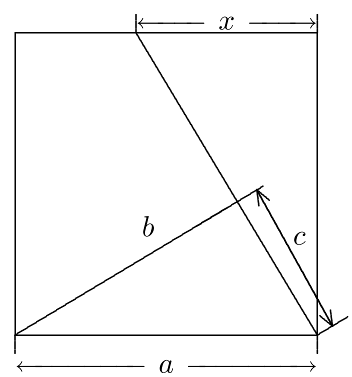
7. Wanneer men een rationaal getal decimaal uitschrijft (als een kommagetal), dan kan het gebeuren dat dit aanleiding geeft tot oneindig veel decimalen. Er treedt dan echter een repeterend gedeelte op b.v.

$$\frac{4}{11} = 0{,}\underline{3636}\ \underline{36}\ \underline{3}\ldots$$

Welk is de 1986-ste decimaal in de decimale ontwikkeling van $\frac{10}{41}$?

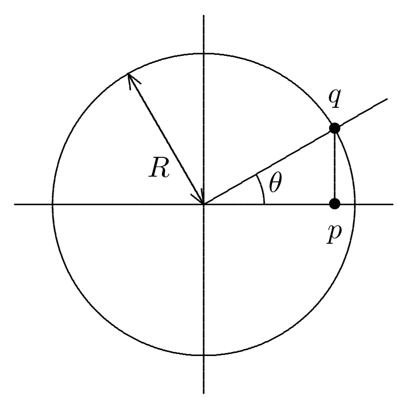
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 0 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 9 |

8. Welk is de waarde van $x$ in volgend vierkant?



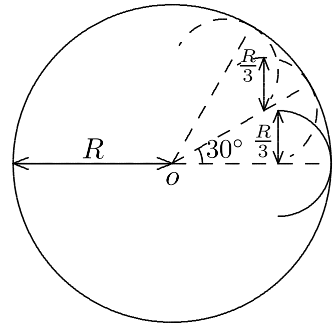

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) $\frac{ab}{c}$ | (B) $\frac{b}{ac}$ | (C) $\frac{ac}{b}$ | (D) $\frac{c}{ab}$ | (E) $c$ |

9. Welk is de lengte van de straal $R$ van de gegeven cirkel indien de lengte van $[pq]$ precies tg$\theta$ is?




| | | |
|---|---|---|
| (A) $\frac{\text{tg}\theta}{\cos\theta}$ | (B) $\sin\theta.\text{tg}\theta$ | (C) $\frac{1}{\sin\theta}$ |
| (D) $\frac{1}{\cos\theta}$ | (E) geen van de vorige | |

10. In het binnengebied van een cirkel met straal $R$ en middelpunt $o$ construeert men een kleinere cirkel $C_0$ met straal $\dfrac{R}{3}$ die de grote cirkel inwendig raakt; daarna construeert men de cirkels $C_1$, $C_2$, … die men verkrijgt door $C_0$ te laten draaien over 30°, 60°, …, 330°. Hoe groot is het aantal ontmoetingspunten (d.w.z. snijpunten of raakpunten) van de kleine cirkels?

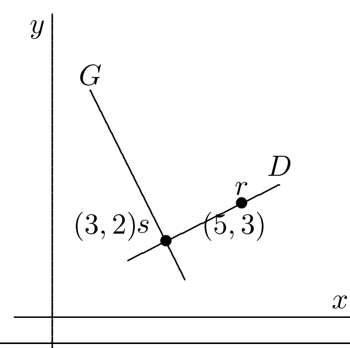



| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 12 | (B) 24 | (C) 30 | (D) 36 | (E) 48 |

11. Drie punten in het vlak zijn gegeven, nl. $a(2,1)$, $b(6,4)$, $c(2,4)$. Welke zijn de coördinaten van het middelpunt van de cirkel die door $a$, $b$ en $c$ gaat?

| | | |
|---|---|---|
| (A) $(4,2)$ | (B) $(3,\frac{5}{2})$ | (C) $(\frac{5}{2},4)$ |
| (D) $(4,\frac{5}{2})$ | (E) geen van de vorige | |

12. Ziehier de grafische voorstelling van twee orthogonale rechten $D$ en $G$, met snijpunt $s(3,2)$. Verder is $r(5,3) \in D$. De richtingscoëfficiënt van de rechte $G$ is




| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) $-\frac{3}{5}$ | (B) $-\frac{5}{3}$ | (C) 2 | (D) $-\frac{1}{2}$ | (E) 2 |

13. Als een daling van 25 naar 5 uitgedrukt wordt als een verlies van 80%, wat is dan de winst wanneer men stijgt van 5 naar 25?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 20% | (B) 80% | (C) 180% | (D) 400% | (E) 500% |

14. De oppervlakten van de verschillende zijvlakken van een balk zijn resp. $V$, $W$, $U$. De inhoud van deze balk is dan

| | | |
|---|---|---|
| (A) $VWU$ | (B) $\dfrac{V\sqrt{W}+W\sqrt{U}+U\sqrt{V}}{3}$ | (C) $\sqrt{VWU}$ |
| (D) $\sqrt[3]{VWU}$ | (E) geen van de vorige | |

15. Hoeveel punten kan men maximaal in het inwendige van een cirkel aanbrengen, zodat hun afstand twee aan twee minstens gelijk is aan de straal van de cirkel?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 2 | (B) 3 | (C) 4 | (D) 5 | (E) 7 |

16. Zij $f(x) = x^2 + 3$. Als $-2 < x < 3$, dan is

| | | |
|---|---|---|
| (A) $3 \leq f(x) < 12$ | (B) $3 < f(x) < 12$ | (C) $-1 < f(x) < 12$ |
| (D) $7 < f(x) < 12$ | (E) $7 \leq f(x) < 12$ | |

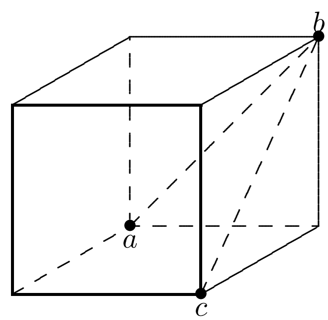
17. Op hoeveel nullen eindigt $100! = 1.2.3.4.\ldots.98.99.100$?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 10 | (B) 20 | (C) 21 | (D) 24 | (E) 25 |

18. Als $p$ een oneven priemgetal is, welk getal is dan ook priem?

| | | |
|---|---|---|
| (A) $2p + 1$ | (B) $p^2 + 1$ | (C) $3p + 2$ |
| (D) $p^3 + 2$ | (E) geen van de vorige | |

19. In de hier voorgestelde kubus is de grootte van de hoek $\widehat{abc}$:




| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 30° | (B) 45° | (C) 60° | (D) 75° | (E) 90° |

20. Als $x = 0{,}5$, dan is $x + x^{-1}$ gelijk aan

| | | |
|---|---|---|
| (A) 1 | (B) $\frac{5}{2}$ | (C) 0 |
| (D) 5,5 | (E) geen van de vorige | |

21. Een echte voetbal wordt gemaakt uit stukken zwart en wit leder die aan elkaar genaaid worden zodanig dat de zwarte stukjes regelmatige vijfhoeken en de witte stukjes regelmatige zeshoeken vormen. Elke (zwarte) vijfhoek is omringd door 5 (witte) zeshoeken. Elke (witte) zeshoek is omringd door evenveel vijfhoeken als zeshoeken. Als je weet dat er op zo'n echte voetbal 12 vijfhoeken aanwezig zijn, hoeveel zeshoeken zijn er dan op te vinden?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 12 | (B) 20 | (C) 24 | (D) 30 | (E) 36 |

22. Hoeveel reële nulpunten bezit $f(x) = \dfrac{x(x^2+1)(x^2-x-6)}{(x-3)^2(5-x)}$?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 5 |

23. *Gegeven:* $x = 1.2.3.4.5.\ldots.99.100$
$y = 100.100.100.\ldots.100.100.100$ (40 factoren)
$z = 100.99.98.\ldots.62.61$
*Gevraagd:* Welke (dubbele) ongelijkheid is correct?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) $x < z < y$ | (B) $y < x < z$ | (C) $y < z < x$ | (D) $z < x < y$ | (E) $z < y < x$ |

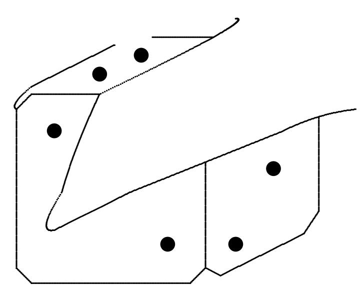
24. De ongelijkheid $\dfrac{-3x-15}{2} < 0$ is gelijkwaardig met

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) $x > 5$ | (B) $x < 5$ | (C) $x > -5$ | (D) $x < -5$ | (E) $x > \dfrac{-17}{3}$ |

25. Men werpt 3 onvervalste geldstukken op. Stel door $P(i)$ de kans voor om $i$ keer kop te verkrijgen ($i = 0, 1, 2, 3$). Welke gelijkheid is juist?

| | | |
|---|---|---|
| (A) $P(0) = P(1)$ | (B) $P(1) = P(2)$ | (C) $P(1) = 2P(0)$ |
| (D) $P(2) = P(3)$ | (E) $P(3) = \dfrac{1}{4}$ | |

26. De afbeelding van deze dobbelsteen is gedeeltelijk verminkt. Wetende dat de som van het aantal ogen op twee tegenoverelkaar liggende vlakken steeds gelijk is aan 7, hoeveel ogen heeft het grondvlak van deze dobbelsteen?



| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| (A) 1 | (B) 3 | (C) 5 | (D) 7 | (E) 9 |

27. De diagonaal van een vierkant is $2m$ lang. Hoe groot is de oppervlakte van dit vierkant?

| | | |
|---|---|---|
| (A) $1m^2$ | (B) $\sqrt{2}m^2$ | (C) $2m^2$ |
| (D) $2\sqrt{2}m^2$ | (E) geen van de vorige | |

28. Eén van de 5 volgende uitspraken is verkeerd. Welke?
   - (A) $\forall n \in \mathbb{N}_0 : (-1)^{2n} = 1$
   - (B) $\forall n \in \mathbb{N}_0 : (-1)^{n-1} = (-1)^{n+1}$
   - (C) $\forall n \in \mathbb{N}_0 : (-1)^{n^2} = (-1)^{n}$
   - (D) $\forall n \in \mathbb{N}_0 : (-1)^{3n} = -(-1)^{2n}$
   - (E) $\forall n \in \mathbb{N}_0 : (-1)^{2n-1} = -(1)^{n+1}$

29. Een functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is oneven $\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} : f(x) = -f(-x)$. Welke van volgende functies is oneven?

| | | |
|---|---|---|
| (A) $f(x) = 3$ | (B) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ | (C) $x.\sin x$ |
| (D) $x.\cos x$ | (E) $\sin x - \cos x$ | |

30. Welke van de volgende grafieken stelt **geen** functie $y = f(x)$ voor?