

1 Junior Wiskunde Olympiade 2010-2011: tweede ronde

1. Het quotiënt $\frac{2^8}{8^2}$ is gelijk aan

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 2^0 | (B) 2^1 | (C) 2^2 | (D) 2^3 | (E) 2^4 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|

2. Het resultaat van de vermenigvuldiging $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 2011$ eindigt op het cijfer

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 3 | (C) 5 | (D) 7 | (E) 9 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

3. Mijn zwembad is rechthoekig en is 6,25 m lang en 4 m breed. Na de winter is het waterpeil verlaagd en voeg ik 4 m³ water toe. Hoeveel stijgt het waterpeil dan?

- | | | | | |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (A) 4 cm | (B) 10 cm | (C) 16 cm | (D) 20 cm | (E) 25 cm |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|

4. Voor welk positief geheel getal a is $(a - \sqrt{2})(a + \sqrt{2}) = 2$?

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

5. Als $a + b = 1$, $b + c = 2$ en $c + a = 3$, dan is $a + b + c$ gelijk aan

- | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 12 | (B) 9 | (C) 8 | (D) 6 | (E) 3 |
|--------|-------|-------|-------|-------|

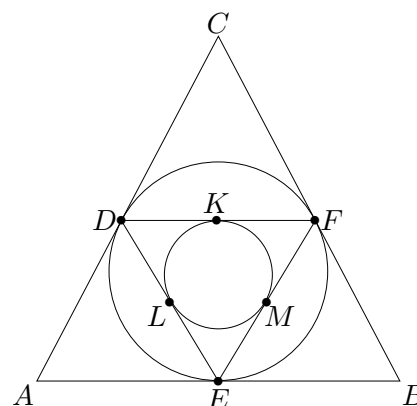
6. Lodewijk neemt elke dag een aspirientje van 80 mg om zijn bloed dun te houden. Hoe lang duurt het eer hij 1 kilogram aspirine ingenomen heeft?

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| (A) minder dan 1 jaar | (B) tussen 1 en 3 jaar |
| (C) tussen 3 en 10 jaar | (D) tussen 10 en 30 jaar |
| (E) meer dan 30 jaar | |

7. Sinds Pascale grijze haren begint te krijgen, gaat ze om de vijf weken naar de kapper voor een haarkleuring. Op een gegeven moment blijkt dat te weinig en ze beslist om voortaan om de vier weken te gaan. Met hoeveel percent zullen haar kosten voor de kapper dan toenemen?

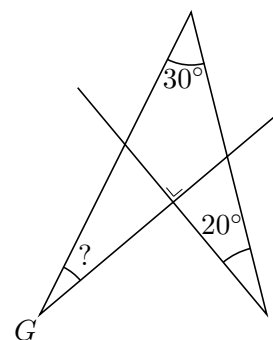
(A) 6 %	(B) 10 %	(C) 20 %	(D) 21 %	(E) 25 %
---------	----------	----------	----------	----------

8. In een gelijkzijdige driehoek ABC raakt de ingeschreven cirkel de zijden in D , E en F . De ingeschreven cirkel van driehoek DEF raakt de zijden in K , L en M , zoals op de figuur. Als de omtrek van driehoek ABC gelijk is aan 180, dan is de omtrek van driehoek KLM gelijk aan



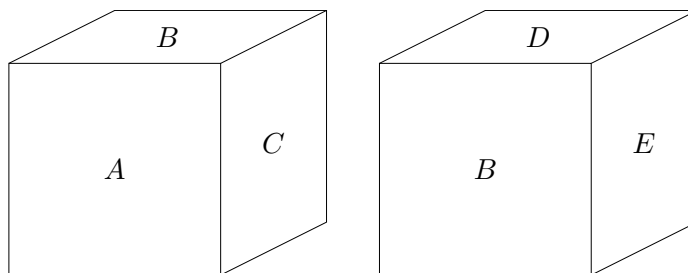
(A) 90	(B) 60	(C) 45	(D) 30	(E) 15
--------	--------	--------	--------	--------

9. Bepaal de hoek \hat{G} in de figuur.



(A) 30°	(B) 35°	(C) 40°	(D) 45°	(E) 50°
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

10. Van een kubus is elk zijvlak voorzien van een verschillende kleur. We noemen die zes kleuren A, B, C, D, E, F . Deze kubus wordt hieronder tweemaal afgebeeld.



Tegenover het zijvlak met kleur F ligt het zijvlak met kleur

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| (A) A | (B) B | (C) C | (D) D | (E) E |
|---------|---------|---------|---------|---------|

11. Het verschil $(500,7)^2 - (500,6)^2$ is gelijk aan

- | | | | | |
|---------|----------|------------|----------|-----------|
| (A) 0,1 | (B) 0,01 | (C) 100,13 | (D) 11,3 | (E) 101,3 |
|---------|----------|------------|----------|-----------|

12. Als $2^x + 3^y + 5^z = 64$ met $x, y, z \in \mathbb{N}$, dan is $x + y + z$ gelijk aan

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| (A) 6 | (B) 7 | (C) 8 | (D) 9 | (E) 10 |
|-------|-------|-------|-------|--------|

13. Hoeveel natuurlijke getallen g zijn er zodanig dat $\text{ggd}(108, g) = 9$ en $0 < g \leq 108$?

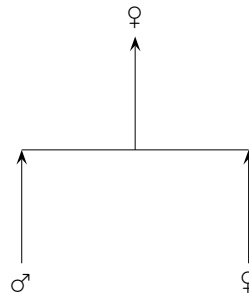
- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 1 | (B) 2 | (C) 3 | (D) 4 | (E) 5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

14. Een vrouwelijke bij wordt geboren uit een bevrucht ei, een mannelijke bij uit een onbevrucht ei. Een mannelijke bij heeft dus alleen maar een moeder, terwijl een vrouwelijke bij een moeder en een vader heeft. Je kunt dit op de volgende manier voorstellen in een ‘omgekeerde’ stamboom:

Mannelijke bij



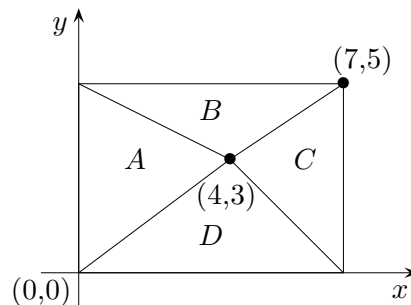
Vrouwelijke bij



Als je aanneemt dat alle voorouders steeds andere bijen zijn, hoeveel over-overgrootouders heeft een mannelijke bij dan?

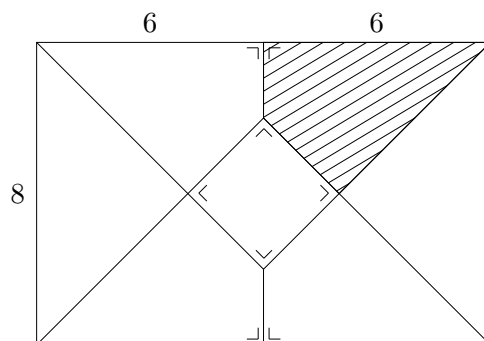
- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 4 | (B) 5 | (C) 6 | (D) 7 | (E) 8 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

15. In de rechthoek op de figuur neemt men het punt $(4,3)$. Als je dit punt verbindt met de vier hoekpunten van de rechthoek ontstaan vier gebieden A , B , C en D . De gebieden met de kleinste en de grootste oppervlakte zijn respectievelijk



- | | | |
|----------------|---|----------------|
| (A) C en A | (B) C en B | (C) B en D |
| (D) C en D | (E) Ze hebben alle vier dezelfde oppervlakte. | |

16. Volgend patroon is te zien op de rechthoekige tegels van mijn badkamer.



Hoe groot is de gearceerde oppervlakte?

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 14 | (B) 16 | (C) 18 | (D) 20 | (E) 24 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

17. Als $a, b \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ en $ab + a + b = 142$, dan is $a + b$ gelijk aan

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (A) 12 | (B) 14 | (C) 20 | (D) 22 | (E) 24 |
|--------|--------|--------|--------|--------|

18. Voor hoeveel natuurlijke getallen a bestaat er een regelmatige veelhoek met hoeken gelijk aan a graden?

- | | | |
|--------|------------------------|--------|
| (A) 21 | (B) 22 | (C) 23 |
| (D) 24 | (E) Geen van de vorige | |

19. Welk van de volgende vijf getallen is het grootst?

- | | | | | |
|---------------|---------------|--------------|--------------|--------------|
| (A) 2^{125} | (B) 3^{100} | (C) 4^{75} | (D) 5^{50} | (E) 6^{25} |
|---------------|---------------|--------------|--------------|--------------|

20. De som van de delers van 120 is 360. Dan is de som van de omgekeerden van de delers van 120 gelijk aan

- | | | | | |
|---------------------|-------------------|-------|--------------------|-------|
| (A) $\frac{1}{360}$ | (B) $\frac{8}{3}$ | (C) 3 | (D) $\frac{18}{5}$ | (E) 4 |
|---------------------|-------------------|-------|--------------------|-------|

21. Het getal 69 heeft de merkwaardige eigenschap dat $(6 \times 9) + 6 + 9 = 69$. Hoeveel natuurlijke getallen met twee cijfers hebben de eigenschap dat het product van hun cijfers vermeerderd met de som van hun cijfers gelijk is aan dat getal?

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| (A) 3 | (B) 4 | (C) 5 | (D) 9 | (E) 10 |
|-------|-------|-------|-------|--------|

22. De getallen a, b, c met $a < b < c$ zijn drie opeenvolgende natuurlijke getallen. Als het cijfer van de eenheden van a^2 gelijk is aan 6, het cijfer van de eenheden van b^2 gelijk is aan 9, dan is het cijfer van de eenheden van c^2 gelijk aan

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| (A) 0 | (B) 1 | (C) 2 | (D) 4 | (E) 6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|

23. Op een examen met 30 meerkeuzevragen worden de volgende regels gehanteerd. Bij een correct antwoord krijg je 11 punten. Bij een fout antwoord worden er 4 punten afgetrokken. Als je niet antwoordt op de vraag krijg je geen punten. Lana haalt in totaal precies 0 punten op haar examen. Als je weet dat ze minstens 1 vraag heeft ingevuld en minstens 1 vraag niet heeft ingevuld, hoeveel vragen heeft Lana dan beantwoord?

- | | | | | |
|-------|-------|--------|--------|--------|
| (A) 2 | (B) 7 | (C) 15 | (D) 25 | (E) 29 |
|-------|-------|--------|--------|--------|

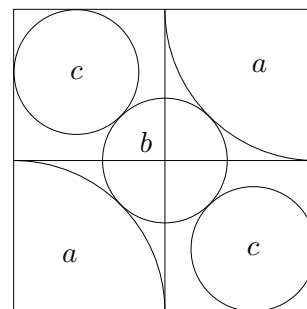
24. Gegeven is een piramide $ABCD$ met grondvlak de driehoek ABC en top D . Bovendien zijn de hoeken \widehat{ADB} , \widehat{BDC} en \widehat{CDA} alledrie even groot. De grootte ervan wordt uitgedrukt in graden. Het kleinste interval waarin deze hoekgrootte met zekerheid ligt, is

- | | | | | |
|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|
| (A) $]0, 60[$ | (B) $]0, 90[$ | (C) $]0, 120[$ | (D) $]0, 150[$ | (E) $]0, 180[$ |
|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|

25. In een willekeurige driehoek noemen we h_1, h_2, h_3 de lengtes van de drie hoogtelijnen, p de halve omtrek en S de oppervlakte. Dan is $\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3}$ gelijk aan

(A) $\frac{p}{S}$	(B) $\frac{2p}{S}$	(C) $\frac{2}{p}$	(D) $\frac{S}{p}$	(E) $\frac{S}{p^3}$
-------------------	--------------------	-------------------	-------------------	---------------------

26. Een vierkant wordt verdeeld in vier congruente vierkanten zoals op de figuur. We tekenen in de deelvierkanten twee ingeschreven kwartcirkels met overstaande hoekpunten van het grote vierkant als middelpunt. Hun oppervlakte noemen we a . De oppervlakte van de centrale cirkel die aan de twee kwartcirkels raakt, noemen we b . De cirkels die raken aan de centrale cirkel maar ook aan twee zijden van het oorspronkelijke vierkant hebben oppervlakte c . Welke uitspraak is waar?



(A) $c < b < a$	(B) $c = b < a$	(C) $c < b = a$	(D) $b < c < a$	(E) $b < c = a$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

27. Noem

P_1 het spiegelbeeld van $P(a, b)$ t.o.v. de rechte $x = 8$,

P_2 het spiegelbeeld van P_1 t.o.v. de rechte $x = 7$,

P_3 het spiegelbeeld van P_2 t.o.v. de rechte $x = 6$ en

P_4 het spiegelbeeld van P_3 t.o.v. de rechte $x = 5$.

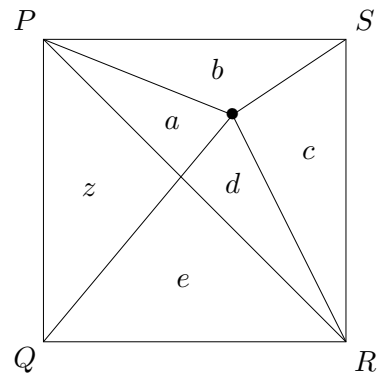
De coördinaat van P_4 is

(A) $(a - 4, b)$	(B) $(a - 2, b)$	(C) $(4, b)$	(D) $(a + 2, b)$	(E) $(a + 4, b)$
------------------	------------------	--------------	------------------	------------------

28. Als $a^2 + b^2 = c^2$ met $a, b, c \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, dan noemt men (a, b, c) een Pythagorisch drietal. Voorbeeld: $(3, 4, 5)$. De drie getallen kunnen ook gebruikt worden als lengte van de zijden van een rechthoekige driehoek. Met welk van volgende Pythagorische drietallen kan je een rechthoekige driehoek maken waarvan de ingeschreven cirkel de grootste straal heeft?

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| (A) (10, 24, 26) | (B) (20, 21, 29) | (C) (12, 35, 37) |
| (D) (9, 40, 41) | (E) (11, 60, 61) | |

29. In het vierkant $PQRS$ wordt de diagonaal PR getekend en een punt gekozen binnen de driehoek PSR . Dit punt wordt met alle hoekpunten van het vierkant verbonden, dat op die manier wordt verdeeld in 6 gebieden met oppervlakten a, b, c, d, e en z zoals in de figuur. Dan is z gelijk aan



- | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| (A) $a + d$ | (B) $b + d$ | (C) $b + e$ | (D) $a + c$ | (E) $d + c$ |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|

30. Op een cirkel met middelpunt O en straal 7 kiest men twee punten A en B zodanig dat $|AB| = 6$. Dan is de straal van de cirkel ingeschreven in de cirkelsector OAB gelijk aan

- | | | | | |
|-------|---------|---------|----------|---------------------------|
| (A) 2 | (B) 2,1 | (C) 2,2 | (D) 2,25 | (E) $\frac{\sqrt{40}}{3}$ |
|-------|---------|---------|----------|---------------------------|