

1 Vlaamse Wiskunde Olympiade 2011-2012: eerste ronde

1. Van twee natuurlijke getallen m en n is m even en n oneven. Welk van volgende getallen is dan oneven?

(A) $m + 4n$ (B) $3m + 2n$ (C) mn (D) m^n (E) n^m

2. Welk van volgende getallen verandert niet als het maalteken vervangen wordt door een plusteken?

(A) $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7}$ (B) $\frac{7}{3} \cdot \frac{4}{7}$ (C) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{3}$ (D) $\frac{4}{3} \cdot \frac{7}{4}$ (E) $\frac{7}{3} \cdot \frac{7}{4}$

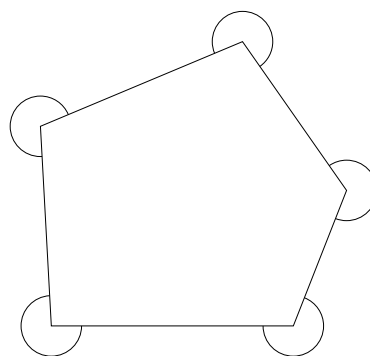
3. De uitdrukking $\sin^2(2x)^2 + \cos^2(2x)^2$ is gelijk aan

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 16

4. In het vlak bekijken we vier punten met gegeven coördinaat: $A(2012, 0)$, $B(0, 2012)$, $C(2012, 2012)$ en $D(4024, 4024)$. Welke van volgende rechten is verticaal (evenwijdig met de y -as)?

(A) AB (B) AC (C) BC (D) AD (E) CD

5. De som van de buitenhoeken van een willekeurige vijfhoek (zoals aangeduid op de figuur) is gelijk aan



(A) 540° (B) 720° (C) 1080° (D) 1140° (E) 1260°

6. De oplossingenverzameling van $(\sqrt{2} - \sqrt{3})x \leq 0$ is

(A) \mathbb{R} (B) \mathbb{R}^+ (C) \mathbb{R}^-
(D) $]-\infty, \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}]$ (E) $[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, +\infty[$

7. Als a een positief getal is zodanig dat $\sqrt{a^2 + 4} = 7$, dan is $a + 2$ gelijk aan

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{7}$ (C) $2 + \sqrt{3}$ (D) 7 (E) $2 + 3\sqrt{5}$

8. Welk van de volgende getallen is niet rationaal?

- (A) $24^{\frac{0}{1}}$ (B) $25^{\frac{1}{2}}$ (C) $27^{\frac{2}{3}}$ (D) $30^{\frac{3}{4}}$ (E) $32^{\frac{4}{5}}$

9. Het getal $16^2 - 15^2 + 14^2 - 13^2 + 12^2 - 11^2$ is gelijk aan

- (A) 3^1 (B) 3^2 (C) 3^3 (D) 3^4 (E) 3^5

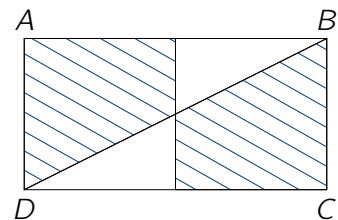
10. De rest van de deling van $1^2 + 6^2 + 11^2 + 16^2 + 21^2$ door 5 is

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

11. In de etalage van een juwelier ligt een collectie ringen die alle uit zowel goud als zilver bestaan, telkens in een andere samenstelling. De ringen zijn even zwaar. De mooiste ring, volgens mijn persoonlijke smaak, bevat $\frac{1}{5}$ van de totale massa aan goud in de collectie en $\frac{1}{7}$ van de totale massa aan zilver. Hoeveel ringen liggen er in de etalage?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 12 (E) 35

12. De rechthoek $ABCD$ met $|AB| = 2$ en $|BC| = 1$ is opgedeeld in twee even grote vierkanten zoals in de figuur. De gearceerde oppervlakte is gelijk aan



- (A) $\frac{8}{7}$ (B) $\frac{6}{5}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$ (E) $\frac{3}{2}$

13. Op een papiertje staat een gelijkheid met 5 natuurlijke getallen van één cijfer. Maxim schrijft deze gelijkheid over. Zo ziet de gelijkheid op Maxims blad eruit:

$$\frac{3 + 2^6}{5} = 7.$$

Helaas schreef Maxim één cijfer fout over. Welk cijfer op zijn blad is fout?

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 7

14. De helft van het getal -2^{-2} is gelijk aan

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{4}$ (E) $-\frac{1}{8}$

15. De breuk $\frac{2012}{100}$ kan men schrijven als

$$20 + \frac{1}{x + \frac{1}{y}} \text{ met } x \text{ en } y \text{ natuurlijke getallen.}$$

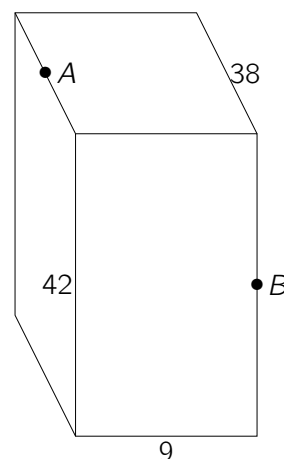
Dan is $x + y$ gelijk aan

- (A) 8 (B) 10 (C) 11 (D) 24 (E) 25

16. Jan kiest lukraak een geheel getal van 1 tot en met 4. Eva kiest lukraak een geheel getal van 1 tot en met 9. Als je het getal van Eva deelt door het getal van Jan, wat is dan de kans dat je een even natuurlijk getal krijgt?

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{5}{18}$ (E) $\frac{1}{2}$

17. Op de figuur zie je een massieve balk waarvan de ribben lengten 9, 38 en 42 hebben. De punten A en B zijn de middens van twee ribben. Een mier wandelt van A naar B langs een zo kort mogelijke weg. Wat is de afstand die de mier aflegt?



- (A) 35 (B) $21 + \sqrt{442}$ (C) 41
(D) $19 + \sqrt{522}$ (E) $\frac{5}{2}\sqrt{61} + \frac{3}{2}\sqrt{205}$

18. De vergelijking $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 2x - 1 = 0$ heeft vier reële wortels. Hoeveel van die wortels zijn kleiner dan 0?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

19. Welke van de volgende functies heeft geen deel van een parabool als grafiek?

- (A) De oppervlakte van een cirkel in functie van zijn straal.
(B) De oppervlakte van een vierkant in functie van zijn omtrek.
(C) De oppervlakte van een vierkant in functie van de lengte van zijn diagonaal.
(D) Het volume van een kubus in functie van de lengte van zijn ruimtediagonaal.
(E) Het volume van een cilinder met hoogte 10 in functie van de straal van zijn grondvlak.

20. In een magisch vierkant van 3×3 vakjes is de som van de drie getallen in elke rij, in elke kolom en op de twee diagonalen gelijk. Deze som noemt men de magische constante van het magisch vierkant. Wat is de magische constante van nevenstaand magisch vierkant?

| | | |
|--|----|---|
| | 12 | 5 |
| | | |
| | | 8 |

- (A) 21
 (B) 24
 (C) 27
 (D) 30
 (E) Er zijn te weinig gegevens om die magische constante te berekenen.

21. Dhr. Achternoenne en de gebroeders Toon en Jozef Bonamie maken een vliegreis. Iedere passagier mag een zelfde gewicht aan bagage meenemen; voor elke kilogram meer moet een vastgesteld bedrag extra worden betaald. De bagage van dhr. Achternoenne weegt 43 kg en die van de broeders Bonamie samen ook. Wegens overgewicht moet dhr. Achternoenne 75 euro extra betalen. Voor de bagage van Toon Bonamie moet 9 euro extra worden betaald en voor die van Jozef Bonamie 12 euro. Hoeveel kilogram weegt de bagage van Toon Bonamie?

- (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23 (E) 24

22. Door een ongeval op de snelweg beland ik in een file. De file achter me groeit aan met een snelheid van 9 km/u. Zelf kan ik een snelheid van 8 km/u aanhouden. Na 20 minuten verneem ik via de verkeersinfo op de radio dat er 7 km file staat. Hoelang zal ik nu nog moeten aanschuiven?

- (A) 30 minuten (B) 50 minuten
 (C) 52 minuten 30 seconden (D) 60 minuten
 (E) 75 minuten

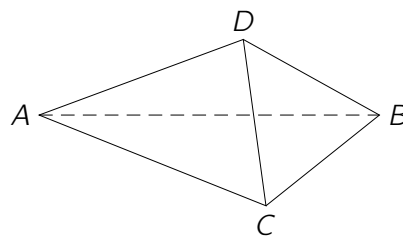
23. Er is gegeven dat $0 < x < 1$. Welk van de volgende getallen heeft de grootste waarde?

- (A) x^3 (B) $2x$ (C) $x^2 + x$ (D) $x^3 + x^2$ (E) x^4

24. Een dobbelsteen is gemaakt door op een kubus zelfklevende stippen aan te brengen. Eén van de 21 stippen is verdwenen. Hoe groot is de kans nu om in één worp 6 stippen te gooien met deze dobbelsteen met 20 stippen?

- (A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{10}{63}$ (D) $\frac{5}{36}$ (E) $\frac{5}{42}$

25. In het viervlak $ABCD$ hebben de zes ribben lengte 4, 6, 9, 13, 18 en 21. $[AB]$ heeft lengte 21. Hoe lang is $[DC]$?

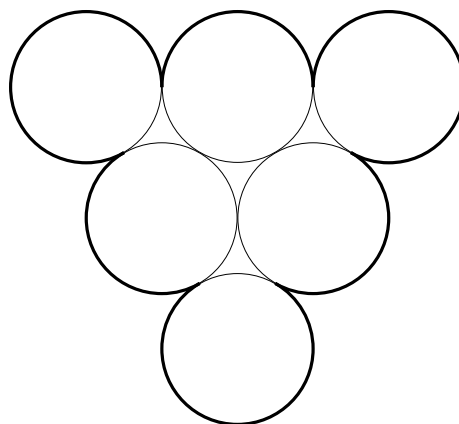


- (A) 4 (B) 6 (C) 9 (D) 13 (E) 18

26. Schrijf de cijfers 1 tot en met 9 in stijgende volgorde achter elkaar en schrijf op een aantal plaatsen een plusteken tussen deze cijfers. Reken vervolgens de aldus bekomen som uit. Bijvoorbeeld: $12 + 34 + 5 + 6 + 789 = 846$. Op hoeveel manieren kunnen de plustekens geplaatst worden zodanig dat de uitkomst 99 is?

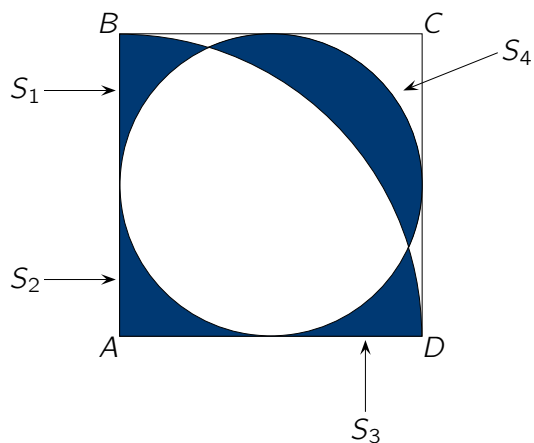
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

27. Zes cirkels met straal 1 raken elkaar zoals op de figuur. Wat is de omtrek van deze figuur?



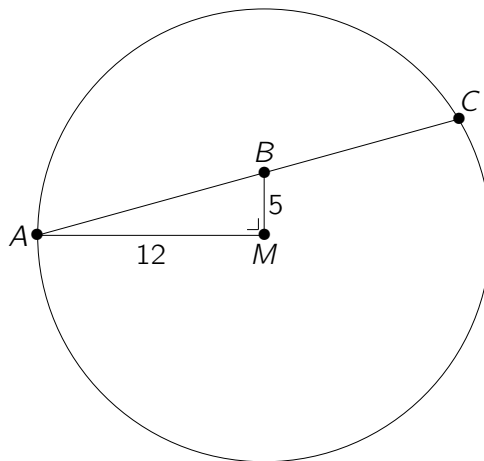
- (A) 6π (B) 7π (C) 8π (D) 9π (E) 10π

28. In een vierkant $ABCD$ met zijde 1 tekent men de ingeschreven cirkel en een kwartcirkel met als middelpunt A en straal 1. Op die manier ontstaan de vier gekleurde vlakdelen met oppervlakten S_1, S_2, S_3 en S_4 (zie figuur). Dan is $S_1 + S_2 + S_3 - S_4$



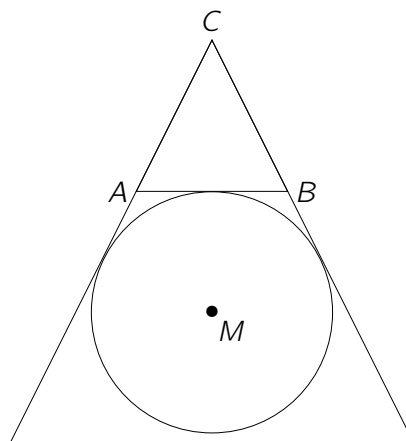
- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{16}$ (C) $\frac{\pi}{12}$ (D) $\frac{\pi}{8}$ (E) $\frac{\pi}{4}$

29. In een cirkel met middelpunt M en straal 12 cm is $[AC]$ een koorde. B is een punt op de koorde $[AC]$ zo dat driehoek ABM een rechte hoek heeft in M en $|BM| = 5$ cm (zie figuur). Dan is de lengte van de koorde $[AC]$ gelijk aan



- | | | | | |
|-----------|-------------------------|-------------------------|-----------|-----------|
| (A) 22 cm | (B) $\frac{288}{13}$ cm | (C) $\frac{300}{13}$ cm | (D) 25 cm | (E) 26 cm |
|-----------|-------------------------|-------------------------|-----------|-----------|

30. In de gelijkbenige driehoek ABC met top C is M het middelpunt van de aangeschreven cirkel aan $[AB]$. Als $\widehat{ACB} = \gamma$, dan is \widehat{AMC} gelijk aan



- | | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| (A) $45^\circ - \frac{\gamma}{4}$ | (B) $45^\circ + \frac{\gamma}{4}$ | (C) $90^\circ - \frac{\gamma}{2}$ |
| (D) $90^\circ + \frac{\gamma}{2}$ | (E) $135^\circ - \frac{\gamma}{2}$ | |